

Formation mathématique

Leçon n°2

Ecole : Ecole de la Marelle de Farciennes

Classe : 4^e année B

Branche : Formation mathématique

Sujet : Le nombre 10 000 : découverte et décomposition multiplicative symétrique

Date : le 06 / 10 / 2008

Séquence 1 : DECOUVERTE

Objectif(s) opérationnel(s) :

Au terme de la leçon, l'enfant sera capable :

- d'effectuer la décomposition multiplicative symétrique du nombre 10 000 par le biais d'un arbre de décomposition en s'aidant des arbres de décomposition de 100 et de 1000 ainsi que du matériel disponible en classe ;
- d'écrire les différents calculs (multiplication) correspondants aux décompositions découvertes ;
- de comprendre le passage de l'arbre de 100 à l'arbre de 1000, de l'arbre de 1000 à l'arbre de 10 000, ... ;
- de placer le nombre 1000 dans l'abaque.

Références aux socles de compétences :

Formation mathématique, page 26

3.1. Les nombres

3.1.2. Organiser les nombres par familles

Décomposer et recomposer des nombres naturels et des décimaux limités au millième.

2^e étape C

Formation mathématique, page 27

3.1. Les nombres

3.1.2. Calculer

Dans un calcul utiliser les décompositions appropriées des nombres

2^e étape C

Formation mathématique, page 27

3.1. Les nombres

3.1.2. Calculer

Construire des tables d'addition et de multiplication, en comprenant leur structure, et les restituer de mémoire.

2^e étape Certification de la compétence en fin d'étape.

Références au programme :

Formation mathématique

3.1. Les nombres

3.1.2. Calculer

- rechercher les décompositions possibles
- représenter les décompositions à l'aide d'arbres.
- décomposition et recombinaison des nombres en somme(s) et/ou produit(s) utile(s) pour résoudre un calcul plus facilement

→ En référence à notre système de numération

→ En référence aux comptages connus

3^e cycle Page 35

Formation mathématique

3.1. Les nombres

3.1.2. Calculer

- représenter la suite sur le chemin des nombres
- décomposer ou recomposer les nombres de façon symétrique par 500, 200, 100, 50, 25, ...

3^e cycle Page 36

Prérequis :

Le nombre 100 :

- décomposition multiplicative (sous forme d'arbre et aux travers de calculs)
- décomposition additive (sous forme d'arbre et aux travers de calculs)
- situation sur la droite des nombres
- les compléments de 100
- les comptages de 100
- calculs de 100

Le nombre 1000 :

- décomposition multiplicative (sous forme d'arbre et aux travers de calculs)
- décomposition additive (sous forme d'arbre et aux travers de calculs)
- situation sur la droite des nombres
- les compléments de 1000
- les comptages de 1000
- calculs de 1000

Matériel :

Pour la réalisation des arbres :

- le matériel de comptage des enfants (matériel de la classe) ;
- l'arbre de 100 déjà réalisé en classe ;
- l'arbre de 1000 déjà réalisé en classe ;
- le cahier de travail des enfants ;
- un panneau bristol vierge (pour réaliser le référentiel des arbres de 10 000) ;
- gros marqueurs ;

Pour la réalisation du tapis :

- deux panneaux bristol vierges collés ensemble munis de morceaux de papier adhésif (pour réaliser le référentiel du tapis de 10 000)
- 16 bandelettes avec papier adhésif sur lesquelles sont repris des nombres (une bandelette par enfant) :
 - ⇒ 1 bandelette de 10 000
 - ⇒ 2 bandelettes de 5000
 - ⇒ 4 bandelettes de 2500
 - ⇒ 8 bandelettes de 1250
- + un enfant sans bandelette représentant le zéro

- 48 bandelettes avec papier adhésif sur lesquelles sont repris des nombres (trois bandelettes par enfant) :
 - ⇒ 2 bandelettes de 2000 (+ 3 collées par l'enseignante sur le tapis)
 - ⇒ 8 bandelettes de 1000 (+ 2 collées par l'enseignante sur le tapis)
 - ⇒ 12 bandelettes de 500 (+ 8 collées par l'enseignante sur le tapis)
 - ⇒ 26 bandelettes de 250 (+ 14 collées par l'enseignante sur le tapis)

Ouvrage(s) de référence :

- *Réseau mathématique, cahier de l'élève 4B*, GERARD François-Marie et ROEGIERS Xavier, 3^e édition, édition De Boeck, Bruxelles, 1991 ;
- *Dictionnaire Hachette Junior, 8-11 ans*, édition Hachette, 2006 ;
- *Leximath, lexique mathématiques de base*, édition De Boeck, Bruxelles, 2005 ;
- *Le Petit Larousse illustré*, édition Larousse, 2001 ;
- *Le Robert Junior illustré*, édition dictionnaire Le Robert, Paris, 1993.

Analyse de matière :

1. Définitions des mots clés

Un nombre

Version adulte

= Notion fondamentale des mathématiques, dérivant du besoin de dénombrer, de classer les objets ou de les dénombrer, mais qui ne peut faire l'objet d'une définition stricte. (Partant des entiers naturels $[N]$, les mathématiques ont construit, par prolongements successifs, les ensembles de nombres relatifs $[Z]$, décimaux $[D]$, rationnels $[R]$ et complexes $[C]$).

Dans cette leçon, on utilise **les nombres entiers** $[N]$, c'est-à-dire les nombres avec lesquels on compte, on dénombre les objets dans la vie de tous les jours.

Un nombre peut être défini comme une quantité représentée avec des symboles graphiques, c'est-à-dire les dix chiffres (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

Version enfant 4^e primaire

Ce qui sert à compter des objets, à exprimer une quantité.

Une décomposition

Version adulte

Un nombre peut être décomposé de 3 façons :

- 1) **La décomposition additive**, c'est-à-dire la décomposition d'un nombre en termes par l'addition.
- 2) **La décomposition multiplicative**, c'est-à-dire la décomposition d'un nombre en facteurs par la multiplication.
- 3) **La décomposition en facteurs premiers**, c'est-à-dire la décomposition du nombre jusqu'à des nombres qui ne sont plus décomposables eux-mêmes.

Version enfant 4^e primaire

- 1) **La décomposition additive** d'un nombre, c'est l'analyser et retrouver toutes les additions qui ont ce nombre comme somme (comme résultat).
- 2) **La décomposition multiplicative** d'un nombre, c'est l'analyser et retrouver toutes les multiplications qui ont ce nombre comme produit (comme résultat).
 - **Décomposition multiplicative asymétrique**
⇒ Faire des paquets différents
 - **Décomposition multiplicative symétrique**
⇒ Faire des paquets identiques

La multiplication

Version adulte

= La multiplication est le produit de deux nombres naturels a et b égal à la somme de a termes tous égaux à b.

C'est une opération associant à deux nombre, l'un appelé multiplicateur, l'autre appelé multiplicande, un troisième appelé produit.

Version enfant 4^e primaire

= Opération qui consiste à multiplier (x) deux nombres (les termes) pour obtenir un résultat (le produit).

⇒ Faire des X

⇒ Faire des paquets

L'abaque

Version adulte

= Diagramme donnant par simple lecture la solution approchée d'un problème numérique.

C'est un tableau qui permet de ranger les nombres ou les grandeurs pour faciliter la lecture, les opérations, les conversions, dans une numération de position.

Version enfant 4^e primaire

= Un abaque est un tableau de rangement des nombres.

Les dizaines de mille

Version adulte

= groupe de 10 unités de mille

Version enfant 4^e primaire

= 5^e chiffre à gauche des unités

Les unités de mille

Version adulte

= Élément entier auquel on se réfère dans la tranche des nombres à plus de 3 chiffres.

Groupe de mille unités.

Version enfant 4^e primaire

= 4^e chiffre à gauche des unités

Les centaines

Version adulte

= Groupe de cent unités.

Version enfant 4^e primaire

= 3^e chiffres à gauche des unités.

Les dizaines

Version adulte

= Groupe de dix unités.

Version enfant 4^e primaire

= 2^e chiffre à gauche des unités.

L'unité

Version adulte

C'est l'élément entier auquel on se réfère.

Grandeur finie prise comme terme de comparaison avec des grandeurs de même espèce.

Etalon de grandeur.

Version enfant 4^e primaire

Élément qui sert à former les nombres.

Un arbre (de décomposition)

Version adulte

L'arbre est une représentation hiérarchisée d'une structure logique.

L'arbre est une représentation qui donne les chemins qui permettent de rechercher les différentes façons de combiner des propriétés ou des éléments.

Dans le cadre de cette leçon, l'arbre met en évidence les différentes décompositions du nombre 1000.

Version enfant 4^e primaire

L'arbre est la représentation de tous « les calculs » (additions et/ou multiplication) d'un nombre.

C'est un schéma qui montre les liens entre les nombres.

2. Exposé des démarches et des méthodes utilisées

Au cours de cette leçon, la démarche est de décomposer le nombre 10 000 par la multiplication afin de compléter les deux arbres de 10 000 ainsi que tous les calculs qui ont pour résultat 10 000 par la multiplication.

Pour ce faire, les enfants vont utiliser leur matériel ainsi que les arbres de 100 et de 1000 afin de faire des tas égaux dont l'ensemble vaut 10 000.

Pour aboutir à cet objectif, les enfants devront d'abord diviser le nombre 10 000 par 4, 5, 8 et 10 afin de relever le défi proposé (voir Mise en situation). Grâce à ce défi, ils découvriront déjà certaines branches de l'arbre de 10 000.

Pour les aider à construire cet arbre, les arbres de 100 et de 1000 seront affichés au tableau afin que les enfants puissent comprendre le rapport ($\times 10$) qui existe entre ces arbres et en déduire ainsi l'arbre du nouveau nombre découvert.

3. Place qu'occupe le sujet dans la culture mathématique de l'enfant

Je pense qu'il est important que les enfants maîtrisent bien ce nombre car il s'agit du premier nombre à 5 chiffres qu'ils vont rencontrer et analyser.

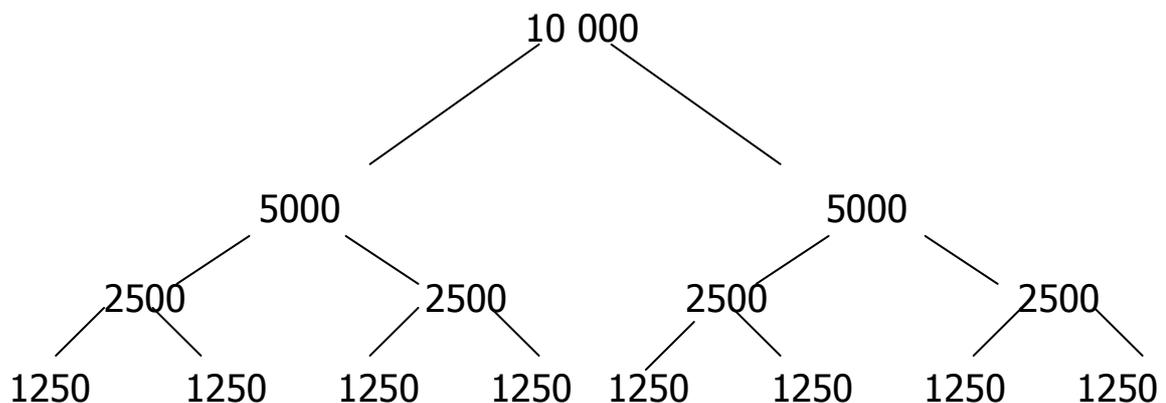
Dans la vie de tous les jours, ils risquent de rencontrer ce nombre aussi bien au point de vue financiers (achats, comptes bancaires, ...) que kilométriques (trajets à parcourir). C'est pourquoi, il est fondamental que l'enfant passe par cet apprentissage. Ne pas savoir décomposer ce nombre serait une lacune de taille dans les connaissances générales de l'enfant.

En outre, si cet apprentissage peut être mis en doute, il est nécessaire de souligner que dans ce cas, ce sont les enfants eux-mêmes qui ont souhaité découvrir ce nombre afin de s'atteler aux calculs correspondants et de pouvoir faire des exercices mathématiques mettant en scènes des nombres à 5 chiffres.

4. Corrigé.

Arbres de décomposition multiplicative symétrique de 10 000 :

1) 1^{er} arbre



→ Calculs découverts :

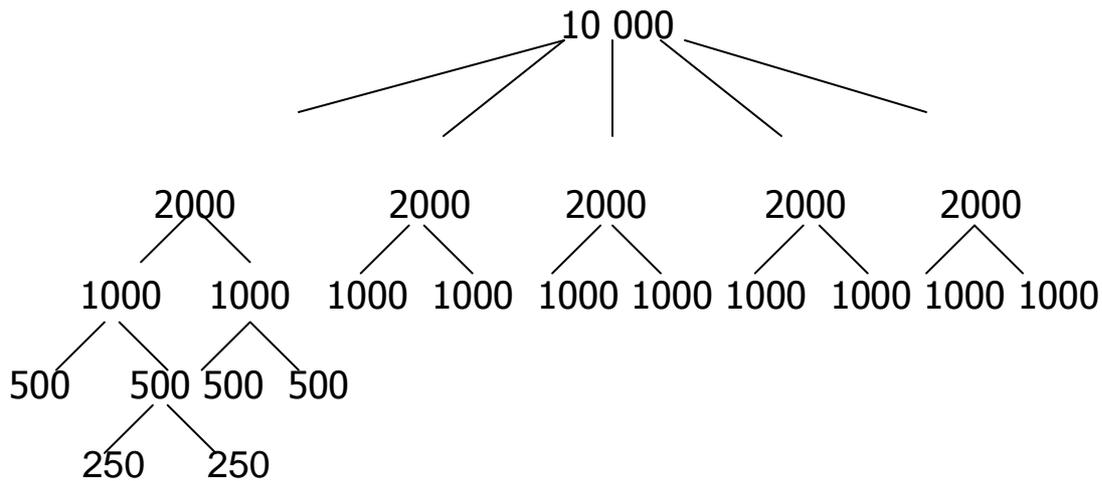
$$1 \times 10\ 000 = 10\ 000$$

$$2 \times 5000 = 10\ 000$$

$$4 \times 2500 = 10\ 000$$

$$8 \times 1250 = 10\ 000$$

2) 2^e arbre



→ Calculs découverts :

$$1 \times 10\ 000 = 10\ 000$$

$$5 \times 2000 = 10\ 000$$

$$10 \times 1000 = 10\ 000$$

$$20 \times 500 = 10\ 000$$

$$40 \times 250 = 10\ 000$$

Tapis de 10 000:

10 000															
5000								5000							
2500				2500				2500				2500			
1250		1250		1250		1250		1250		1250		1250		1250	
2000				2000				2000				2000			
1000		1000		1000		1000		1000		1000		1000		1000	
500	500														
250	250	250	250												

Déroulement de la leçon :

1. Mise en situation.

Défi :

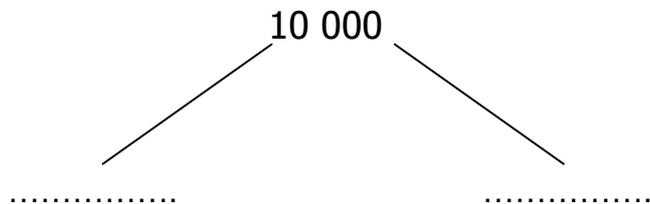
L'institutrice propose un petit défi aux enfants.

1) Elle leur explique que la ville « Proufertamou » compte 10 000 habitants. Elle leur précise que dans cette ville, il y a le même nombre de femmes que d'hommes.

- ⇒ Combien y a-t-il de femmes et d'hommes dans cette ville ?
- ⇒ Il y a donc 2 paquets d'habitants et le même nombre d'habitant dans chacun des deux paquets.

→ Dans un premier temps, elle laisse les enfants chercher par eux-mêmes dans leur cahier de travail

→ Ensuite, elle leur donne un premier indice :



→ Elle leur propose aussi de s'aider de leur matériel (carré de 100)

→ Elle affiche au TN les arbres de 100 et de 1000

Lorsque les enfants ont découverts le résultat, elle leur demande d'oraliser la méthode utilisée pour résoudre le problème :

- ⇒ Certains se sont aidés des carrés et expliquent au reste de la classe comment ils les ont utilisé ;
- ⇒ D'autres se sont aidés des arbres de 100 et de 1000 expliquent aux autres comment ces 2 arbres les ont aidé à découvrir la solution.
- ⇒

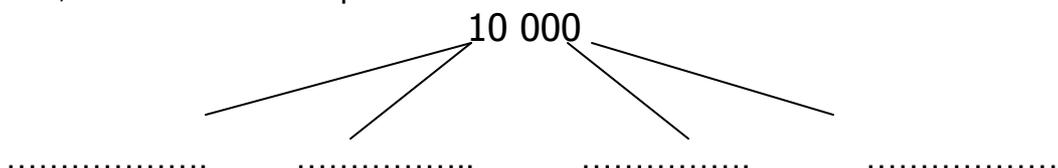
Elle écrit la réponse au tableau et invite ensuite les enfants à oraliser la solution :

→ « 10 000 c'est 2 paquets de 5000 »

2) Elle leur explique que la ville « Patatra » compte 10 000 habitants. Elle leur précise que dans cette ville, il y a 4 quartiers. Il y a le même nombre d'habitants dans chaque quartiers.

- ⇒ Combien y a-t-il d'habitants dans chaque quartier de cette ville ?
- ⇒ Il y a donc 4 paquets d'habitants et le même nombre d'habitant dans chacun des 4 paquets.

→ Ensuite, elle leur donne un premier indice :



- Elle leur propose aussi de s'aider de leur matériel (carré de 100)
- Elle affiche au TN les arbres de 100 et de 1000

Lorsque les enfants ont découverts le résultat, elle leur demande d'oraliser la méthode utilisée pour résoudre le problème :

- ⇒ Certains se sont aidés des carrés et expliquent au reste de la classe comment ils les ont utilisé ;
- ⇒ D'autres se sont aidés des arbres de 100 et de 1000 expliquent aux autres comment ces 2 arbres les ont aidé à découvrir la solution.

Elle écrit la réponse au tableau et invite ensuite les enfants à oraliser la solution :

- « 10 000 c'est 4 paquets de 2500 »

Elle procède de la même façon pour les défis suivants :

3) Ville de « Taratata » : 10 000 habitants – 8 rues

- « 10 000 c'est 8 paquets de 1250 »

4) Ville de « Patapouf » : 10 000 habitants – 5 quartiers

- « 10 000 c'est 5 paquets de 2000 »

5) Ville de « Trululu » : 10 000 habitants – 10 immeubles

- « 10 000 c'est 10 paquets de 1000 »

2. Développement structuré en moments didactiques remarquables.

- 1) Mise en situation ;
- 2) Réalisation des arbres de 10 000 ;
- 3) Petits jeux pour construire le tapis de 10 000 ;
- 4) Petit résumé de la séquence ;
- 5) Distribution d'une feuille de synthèse.

3. Déroulement détaillé.

<u>Ce que fait l'institutrice</u>	<u>Ce que font les enfants</u>
1) Mise en situation Voir ci-dessus	
2) Réalisation des arbres de 10 000 L'institutrice demande aux enfants quel nombre revient tout le temps dans les petits défis que l'on vient de faire. Elle leur demande s'ils ont déjà réalisé l'arbre de 10 000 et si on ne pourrait pas se servir de tous les calculs que l'on	Les enfants répondent qu'il s'agit du nombre 10 000. Les enfants répondent aux questions de l'institutrice.

vient de faire pour le construire.

1^{er} arbre

Elle affiche au tableau un panneau bristol vierge au-dessus duquel elle écrit 10 000.

Elle trace les deux premières branches de l'arbre et demande aux enfants ce qu'elle doit y noter.

Elle remplit l'arbre et demande aux enfants d'oraliser ce qu'ils voient :

→ 10 000 c'est 2 paquets de 5000

Elle les invite ensuite à trouver le calcul correspondant :

→ $2 \times 5000 = 10\ 000$

Elle note le calcul découvert à côté des branches de l'arbre correspondantes.

Elle trace ensuite les branches suivantes de l'arbre et procède de la même façon.

2^e arbre :

Elle demande ensuite aux élèves si on ne pourrait pas construire un autre arbre.

Elle leur fait remarquer que certains calculs utilisés lors du défi n'ont pas trouvé leur place dans l'arbre.

Elle propose donc aux enfants de construire un deuxième arbre.

Elle affiche au tableau une deuxième affiche vierge et y inscrit le nombre découvert.

Elle trace ensuite le squelette de l'arbre et invite les enfants à l'aider à le compléter.

Elle remplit l'arbre selon les indications des enfants.

Ensuite, elle leur demande d'oraliser ce qu'ils voient :

→ 10 000 c'est 5 paquets de 2000

Elle les invite ensuite à trouver le calcul correspondant :

Les enfants recherchent dans les calculs découverts pendant le défi lequel pourrait permettre de compléter les deux premières branches de l'arbre.

⇒ Les deux paquets de 5000

Les enfants oralisent ce qu'ils voient et l'expriment en « paquets ».

→ 10 000 c'est 2 paquets de 5000

Les enfants recherchent le calcul correspondant.

Les enfants procèdent de la même façon pendant toute la construction de l'arbre.

Les enfants recherchent dans les calculs découverts pendant le défi lequel pourrait permettre de compléter les cinq premières branches de l'arbre.

⇒ Les cinq paquets de 2000

Les enfants lisent les branches de l'arbre en termes de « paquets »

→ 10 000 c'est 5 paquets de 2000

Les enfants recherchent le calcul correspondant.

<p>→ $5 \times 2000 = 10\ 000$ Elle note le calcul découvert à côté des branches de l'arbre correspondantes.</p> <p>Elle procède de la même façon pour les branches suivantes.</p> <p>Lorsque les deux arbres sont terminés, elle attire l'attention des enfants sur les arbres de 100, 1000 et 10 000 et invite les enfants à les observer attentivement. Elle leur demande s'ils ne remarquent pas quelque chose d'étranges. Elle attire l'attention des enfants sur la correspondance entre les 3 arbres :</p> <ul style="list-style-type: none"> - « Qu'est-ce qui change d'un arbre à l'autre ? » - « Qu'est-ce qu'on ajoute à la fin du nombre ? » - « Qu'est-ce que cela signifie ? que l'on fait $\times \dots$? » - « Que pourrions-nous observer si nous faisons l'arbre de 100 000 ? » - ... <p>→ Mettre en évidence le rapport $\times 10$</p>	<p>Les enfants procèdent de la même façon pendant toute la construction de l'arbre.</p> <p>Les enfants observent seul et attentivement les arbres affichés au tableau et essaient ensuite de les comparer collectivement en répondant aux questions de l'institutrice.</p> <p>-« ce sont presque les mêmes nombres » -« on ajoute un zéro d'une colonne à l'autre » -« si on rajoute un zéro cela signifie que l'on fait $\times 10$ » - « ce serait presque les mêmes nombre que pour l'arbre de 10 000 mais il y aurait un zéro en plus. »</p>
<p>3) Petits jeux pour construire le tapis de 10 000</p> <p><u>Petit jeu n°1</u></p> <p>L'institutrice distribue aux enfants des bandelettes sur lesquelles sont écrits des nombres appartenant au premier arbre de 10 000. <u>15 enfants reçoivent des bandelettes :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ 1 bandelette de 10 000 ⇒ 2 bandelettes de 5000 ⇒ 4 bandelettes de 2500 ⇒ 8 bandelettes de 1250 <p>MAIS un enfant ne reçoit pas de bandelette car il représente le nombre zéro.</p> <p>Elle invite les enfants à se mettre debout avec leur bandelette et à se disperser dans la classe. Elle leur explique ensuite que chacun d'autres eux a en main une bandelette représentant une des branches de l'arbre. Chaque enfant doit retrouver le</p>	<p>Les enfants se dispersent dans la classe avec leur bandelette et écoutent les consignes.</p>

<p>ou les copains dont il a besoin pour former le nombre 10 000. Elle leur explique qu'ils disposent de 5 minutes pour trouver leur(s) compagnon(s). Elle donne le top départ et chronomètre le temps qui passe. Pendant que les enfants recherchent leur(s) complément(s) elle affiche au tableau un panneau vierge.</p> <p>Lorsque les 5 minutes ce sont écoulées, elle invite chaque groupe de « copains de 10 000 » à venir au tableau se présenter aux autres enfants. (du plus petit groupe aux plus grands)</p> <p>Elle invite ensuite les enfants du groupe à placer leur bandelette sur le panneau.</p> <p>Elle procède de la même façon pour tous les groupes et réalise ainsi avec les enfants une partie du tapis du nombre 10 000.</p> <p><u>Petit jeu n°2</u></p> <p>Elle demande ensuite aux élèves s'il ne manque pas certains calculs dans le tapis. Elle invite les enfants à comparer le tapis réalisé avec els deux arbres qui viennent d'être construits. Elle propose donc aux enfants un autre petit jeu pour terminer le tapis. Elle distribue des bandelettes aux enfants au hasard selon la distribution suivante :</p> <ul style="list-style-type: none"> ⇒ 2 bandelettes de 2000 (+ 3 collées par l'enseignante sur le tapis) ⇒ 8 bandelettes de 1000 (+ 2 collées par l'enseignante sur le tapis) ⇒ 12 bandelettes de 500 (+ 8 collées par l'enseignante sur le tapis) ⇒ 26 bandelettes de 250 (+ 14 collées par l'enseignante sur le tapis) 	<p>Les enfants cherchent « leur(s) compagnon(s) de 10 000 » en se promenant dans la classe.</p> <p>Chaque groupe vient se présenter aux autres élèves de la classe et affiche ses bandelettes au TN.</p> <p>Les enfants répondent aux questions de l'institutrice.</p> <p>Les enfants reçoivent leurs bandelettes.</p>
--	--

<p>Elle demande aux enfants qui ont la bandelette 2000 de se lever et de montrer leurs bandelettes aux autres élèves de la classe.</p> <p>Elle demande ensuite combien de bandelettes comme celle-là il faut pour avoir 10 000.</p> <p>L'institutrice propose aux enfants de vérifier les hypothèses émises pour cela elle dispose ensuite sur le panneau bristol :</p> <p>⇒ 3 bandelettes de 2000</p> <p>Elle invite ensuite les enfants à venir compléter la ligne avec leurs bandelettes pour que cela fasse 10 000.</p> <p>Elle procède de la même façon pour les dernières lignes restantes du tapis :</p> <p>⇒ 2 bandelettes de 1000 ⇒ 8 bandelettes de 500 ⇒ 14 bandelettes de 250</p>	<p>Les enfants concernés montrent la bandelette demandée aux autres enfants et l'ensemble de la classe recherche combien de bandelettes comme celles qui vient d'être montrée au groupe classe est nécessaire pour avoir 10 000.</p> <p>→EMISSION D'HYPOTHESES</p> <p>Les enfants viennent compléter la ligne commencée au TN par l'institutrice avec leur bandelette.</p> <p>Les enfants procèdent de la même façon pour les 3 nombres restants.</p>
<p>4) Petit résumé de la séquence</p> <p>Elle demande aux enfants de lui rappeler les différents calculs de 10 000 découverts lors de cette séquence. Pour ce faire, elle montre les branches de l'arbre aux enfants et les invite à oraliser la décomposition de deux façons :</p> <p>Exemple :</p> <p>⇒ 2 paquets de 5000 = 10 000 ⇒ 2 x 5000 = 10 000</p>	<p>Les enfants répondent aux questions de l'institutrice et oralise les décompositions des deux façons demandées par l'institutrice.</p>
<p>5) Distribution d'une feuille de synthèse</p> <p>L'institutrice distribue une feuille de synthèse aux enfants et les invite à la classer dans leur farde.</p>	<p>Les enfants classent leur feuille de synthèse.</p>

4. Synthèse.

Voir annexes (feuille reçue par les enfants à classer dans la farde de synthèse)

5. Evaluation prévue ou à prévoir

Evaluation prévue lors de la semaine 2

6. Prolongements éventuels

Séquence 2 : exercices de décomposition

Séquence 3 : exercices de calcul

Séquence 4 : évaluation

Annexes :

- Feuille de synthèse distribuée aux enfants