

Équations de droites : correction des exercices 9 à 12

▷ **Exercice 9.** On donne les points A(5 ; -2), B(11 ; 0) et C(-1 ; 6).

1. On note I le milieu de [AB] et J le milieu de [AC]. Déterminer l'équation réduite de la droite (CI) puis celle de la droite (BJ).

Droite (CI) : • On sait que I $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right) \left(\frac{5+11}{2}; \frac{-2+0}{2} \right)$ soit I(8 ; -1).

• La droite (CI) a pour coefficient directeur $m = \frac{y_I - y_C}{x_I - x_C} = \frac{-1-6}{8-(-1)} = -\frac{7}{9}$.

On a donc (CI) : $y = -\frac{7}{9}x + p$. $C(-1 ; 6) \in [CI] \iff -\frac{7}{9} \times (-1) + p = 6 \iff p = 6 - \frac{7}{9} = \frac{47}{9}$

Ainsi (CI) : $y = -\frac{7}{9}x + \frac{47}{9}$

Droite (BJ) : En utilisant la même méthode, on obtient :

• J(2 ; 2)

• (BJ) : $y = -\frac{2}{9}x + \frac{22}{9}$

2. En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC.

Les droites (CI) et (BJ) passent chacune par un sommet du triangle ABC et par le milieu du côté opposé à ce sommet, ce sont donc des médianes de ce triangle. Dans un triangle, les trois médianes sont concourantes et se coupent au centre de gravité, c'est à dire au point d'intersection de (CI) et (BJ).

Les coordonnées du centre de gravité G vérifient donc : $\begin{cases} y = -\frac{7}{9}x + \frac{47}{9} \\ y = -\frac{2}{9}x + \frac{22}{9} \end{cases}$ d'où :

$$-\frac{7}{9}x + \frac{47}{9} = -\frac{2}{9}x + \frac{22}{9}$$

$$-\frac{7}{9}x + \frac{2}{9}x = \frac{22}{9} - \frac{47}{9}$$

$$-\frac{5}{9}x = -\frac{25}{9}$$

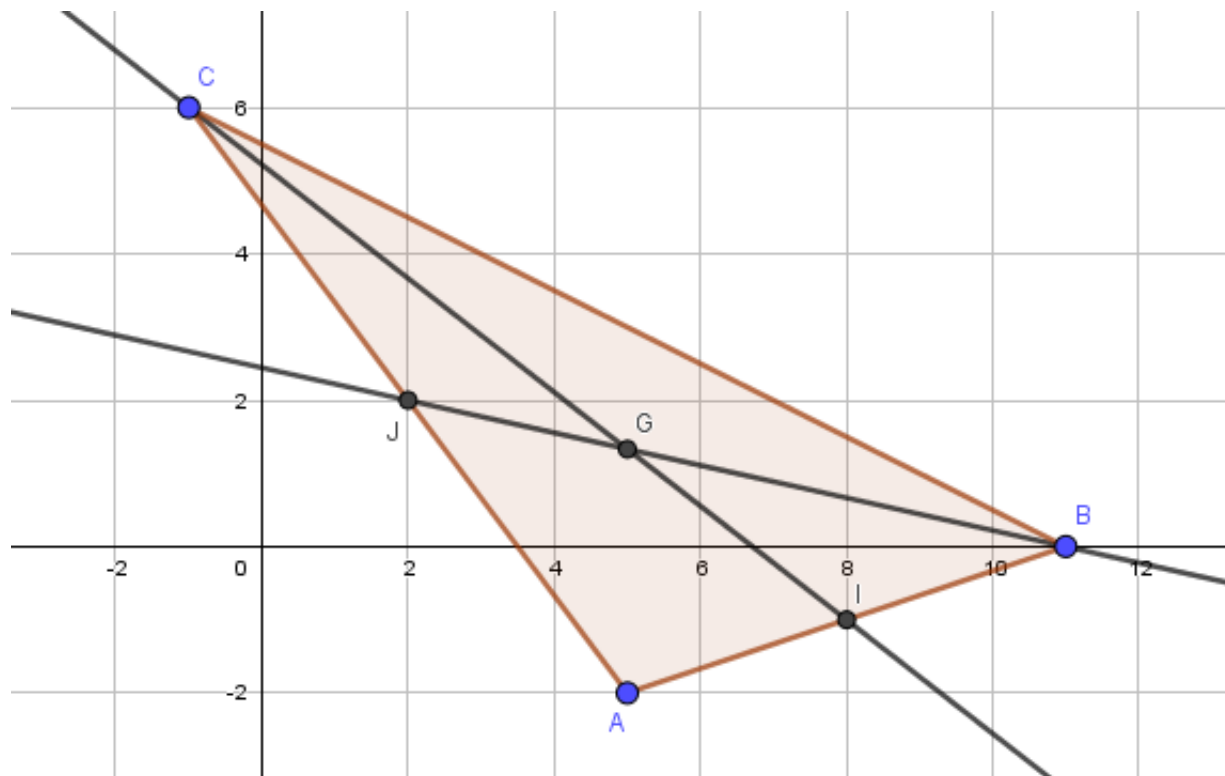
$$x = \frac{9}{5} \times \frac{25}{9}$$

$$x = 5$$

En remplaçant dans la 1^{ère} équation par exemple, on obtient :

$$y = -\frac{7}{9} \times 5 + \frac{47}{9} = \frac{4}{3}$$

Ainsi G $\left(5; \frac{4}{3} \right)$ est le centre de gravité du triangle ABC.



▷ **Exercice 10.** Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère du plan.

1. On considère la droite (d) passant par $A(4; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Le point $B(2; -1)$ est-il un point de la droite (d) ?

B est un point de (d) si et seulement si les vecteurs $\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires.

Ce qui n'est pas le cas car $xy' - x'y = -2 \times (-1) - 2 \times (-2) = 4 \neq 0$ donc $B \notin (d)$

b) Déterminer une équation de la droite (d) .

Soit $M(x; y)$ un point du plan.

$$\begin{aligned} M(x; y) \in (d) &\iff \vec{AM} \begin{pmatrix} x-4 \\ y-1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ sont colinéaires} \\ &\iff -1(x-4) - 2(y-1) = 0 \\ &\iff -x+4-2y+2 = 0 \\ &\iff -x-2y+6 = 0 \end{aligned}$$

Une équation cartésienne de (d) est donc $(d) : -x-2y+6=0$ et son équation réduite est $(d) : y = -\frac{1}{2}x+3$

2. Soit (Δ) la droite passant par les points $E\left(\frac{3}{4}; 0\right)$ et $F\left(6; \frac{7}{2}\right)$.

a) Déterminer une équation de la droite (Δ) .

On trouve $(\Delta) : y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ ou encore

b) Les droites (d) et (Δ) sont-elles parallèles?

(d) et (Δ) n'ont pas le même coefficient directeur donc elles ne sont pas parallèles.

3. Résoudre le système $\begin{cases} x+2y=6 \\ 4x-6y=3 \end{cases}$. Interpréter graphiquement le résultat.

$$\begin{cases} x+2y=6 \\ 4x-6y=3 \end{cases} \iff \begin{cases} x=6-2y \\ 4(6-2y)-6y=3 \end{cases} \iff \begin{cases} x=6-2y \\ 24-8y-6y=3 \end{cases} \iff \begin{cases} x=6-2y \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \iff \begin{cases} x=6-2 \times \frac{3}{2}=3 \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$$

On remarque par ailleurs que $x+2y=6 \iff -x-2y=-6 \iff -x-2y+6=0$ et on retrouve l'équation de (d) .

De plus, $4x-6y=3 \iff y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$ qui l'équation de (Δ) .

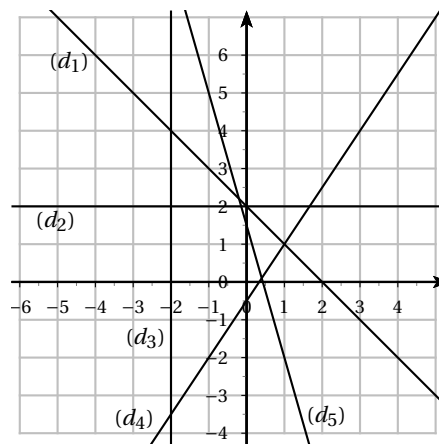
En conclusion, (d) et (Δ) se coupent au point de coordonnées $\left(3; \frac{3}{2}\right)$

▷ **Exercice 11.** Donner l'équation réduite de chacune des droites représentée sur le graphique ci-contre.

$$(d_1) : y = -x+2 \quad ; \quad (d_2) : y = 2 \quad ; \quad (d_3) : x = -2 \quad ;$$

$$(d_4) : y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \quad ; \quad (d_5) : y = -\frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$$

Graphique de l'exercice 11



▷ **Exercice 12.** Soit $(d_1) : y = 2x - 5$ et $(d_2) : y = -3x + 1$.

1. Construire les droites (d_1) et (d_2) .

• $(d_1) : y = 2x - 5;$

x	0	2
y	-5	-1

• $(d_2) : y = -3x + 1;$

x	0	2
y	1	-5

2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d_1) et (d_2) .

Les droites (d_1) et (d_2) n'ont pas le même coefficient directeur donc elles sont sécantes.

Les coordonnées de leur point d'intersection I sont solutions du système :

$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases} \implies 2x - 5 = -3x + 1 \iff 5x = 6 \iff x = \frac{6}{5} =$$

1,2 d'où $y = 2 \times 1,2 - 5 = -2,6$

ainsi $I(1,2 ; -2,6)$.

