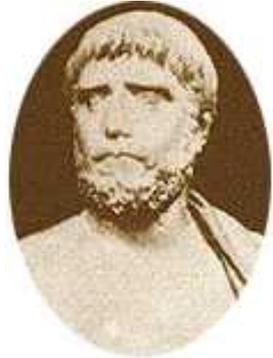


## Chapitre 9

### De la symétrie axiale vers la symétrie centrale

La notion de symétrie, au sens des transformations, est récente : milieu du 19<sup>ème</sup> siècle avec le renouveau de la géométrie. Mais le concept est très ancien et était déjà cher aux architectes et mathématiciens de l'antiquité. Le terme provient du grec *sun* = avec et *metron* = mesure pour signifier « respectant la mesure » et impliquant chez les Grecs l'idée d'harmonie. Thalès (grec, -624?/-548?) est sans doute le premier mathématicien à établir des propriétés en se fondant sur le principe intuitif de symétrie : un diamètre partage un cercle en deux demi-cercles superposables. C'est la première symétrie axiale constatée de l'histoire des mathématiques.



#### I) Symétrie axiale : rappels

##### 1) Symétrique d'un point et médiatrice :

**Définition :** la médiatrice d'un segment est la droite passant par le milieu du segment et étant perpendiculaire à ce segment.

**Propriété :** si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant (à égale distance) des extrémités du segment.

**Propriété (réciproque) :** si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

**Exemple :** tracer un segment  $[AB]$  de 5 cm et sa médiatrice.

**Définition :** le symétrique d'un point  $A$  par rapport à une droite  $(d)$  est :

- le point  $A'$  tel que  $(d)$  soit la médiatrice du segment  $[AA']$  lorsque  $A$  n'appartient pas à  $(d)$

- le point A lui-même lorsque A appartient à (d)

**Propriété :** la médiatrice d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.

2) Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite :

**Exemple :** Construire le symétrique  $M'$  du point  $M$  par rapport à la droite  $(AB)$ .

## II) La symétrie centrale :

1) Définition :

**Définition :** Le symétrique d'un point  $A$  par rapport à un point  $O$  est le point  $A'$  tel que le point  $O$  est le milieu du segment  $[AA']$ .

**Exemple :**

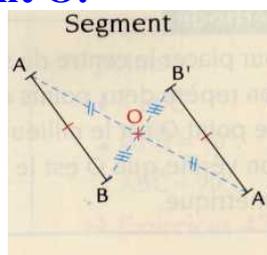
**Vocabulaire :** on dit que le point  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport au point  $O$ .

**Remarque :** le symétrique du point  $O$  par rapport au point  $O$  est le point  $O$  lui-même.

2) Symétrique d'un segment :

**Propriété :** le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment parallèle et de même longueur.

**Exemple :** construire le symétrique  $[A'B']$  du segment  $[AB]$  par rapport au point  $O$ .



**Propriété :** la symétrie centrale conserve les longueurs.

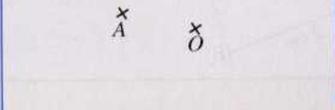
### **3) Symétrique d'une droite :**

**Propriété : par une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite parallèle.**

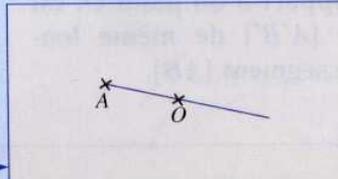
**Exemple : construire le symétrique (C'D') de la droite (CD) par rapport au point I.**

**Exemple :** placer deux points distincts  $A$  et  $O$ , puis construire le point  $A'$ , symétrique du point  $A$  par rapport au point  $O$ .

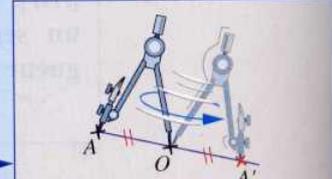
**Méthode**



1. On place deux points distincts  $A$  et  $O$ .



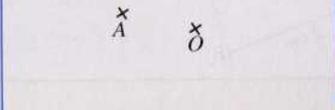
2. On trace la demi-droite  $[AO)$ .



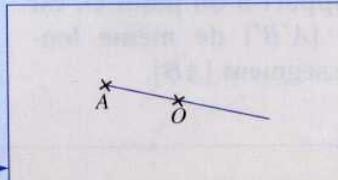
3. Sur cette demi-droite, on place le point  $A'$ , distinct de  $A$ , tel que :  $OA' = OA$ .  
 $A'$  est le symétrique de  $A$ .

**Exemple :** placer deux points distincts  $A$  et  $O$ , puis construire le point  $A'$ , symétrique du point  $A$  par rapport au point  $O$ .

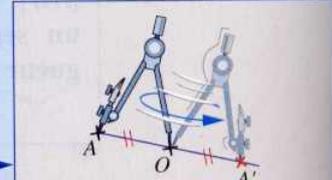
**Méthode**



1. On place deux points distincts  $A$  et  $O$ .



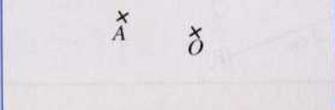
2. On trace la demi-droite  $[AO)$ .



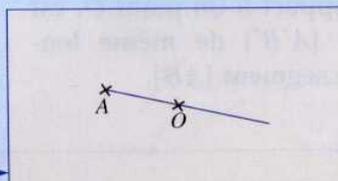
3. Sur cette demi-droite, on place le point  $A'$ , distinct de  $A$ , tel que :  $OA' = OA$ .  
 $A'$  est le symétrique de  $A$ .

**Exemple :** placer deux points distincts  $A$  et  $O$ , puis construire le point  $A'$ , symétrique du point  $A$  par rapport au point  $O$ .

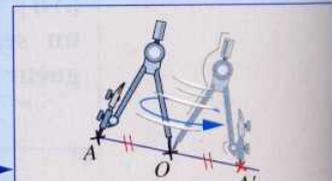
**Méthode**



1. On place deux points distincts  $A$  et  $O$ .



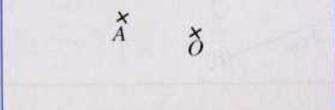
2. On trace la demi-droite  $[AO)$ .



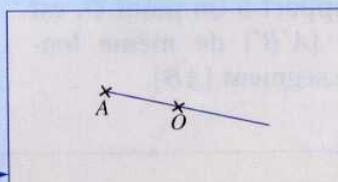
3. Sur cette demi-droite, on place le point  $A'$ , distinct de  $A$ , tel que :  $OA' = OA$ .  
 $A'$  est le symétrique de  $A$ .

**Exemple :** placer deux points distincts  $A$  et  $O$ , puis construire le point  $A'$ , symétrique du point  $A$  par rapport au point  $O$ .

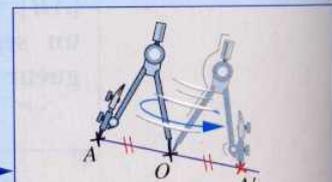
**Méthode**



1. On place deux points distincts  $A$  et  $O$ .



2. On trace la demi-droite  $[AO)$ .



3. Sur cette demi-droite, on place le point  $A'$ , distinct de  $A$ , tel que :  $OA' = OA$ .  
 $A'$  est le symétrique de  $A$ .

