Problèmes

A. Trouver deux nombres: leur somme vaut $\dfrac{19}{3}$ et leur produit 10.

B. Résoudre $\dfrac{3x-2}{2x^2-5x-3} - \dfrac{2x+5}{3x^2-7x-6} = 0$.

C. Résoudre $(x^2-x)^2 = 14(x^2-x) - 24$.

D. Deux entiers naturels ont pour différence 7 et la différence entre leur produit et leur somme est égale à 43. Quels sont-ils ?

E. Déterminer l'expression d'une fonction f polynôme du second dont la courbe a pour sommet le point $S(-2;-5)$ et passe par le point $A(1;4)$.

F. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. Justifier.
2. Déterminer le tableau de variation de f. Justifier.
3. Soit $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y = 3x + 6$.
   Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{D}$ et de $\mathscr{C}$.
4. Pour tout nombre k réel, on appelle $\mathscr{D}_k$ la droite d'équation $y = 3x + k$.
   Déterminer tous les réels k tels que la courbe $\mathscr{C}$ et la droite $\mathscr{D}_k$ n'aient aucun point d'intersection.

G. On considère la fonction f définie sur $]-\infty;0[\,\cup\,]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x} + 1$ et la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{4}$.
On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère du plan.

1. Montrer que pour tout $x \neq 0$, $f(x) - g(x) = \dfrac{-x^2+3x+4}{4x}$.
2. Étudier la position relative des courbes de f et de g. Justifier.

H. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 4x - 1$. On note C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. (a) Calculer l'image de 0 par f
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$
   (c) En déduire les coordonnées des éventuels points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses ainsi que les coordonnées des éventuels points d'intersection de C_f avec l'axe des ordonnées.
2. Donner les coordonnées du sommet S de C_f. On précisera si l'extremum de la fonction f est un maximum ou un minimum
3. Dresser le tableau de signe de f
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f avec la droite d'équation $y = 6x - 2$