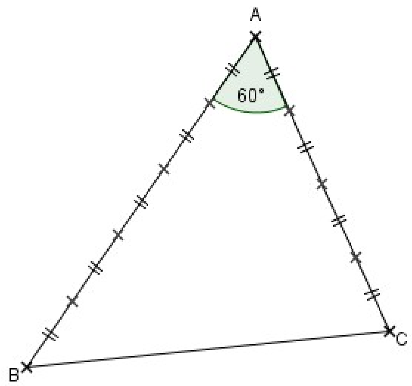
Exercice 4 :

On note ABC un triangle tel que $AC = 4$ cm, $AB = 5$ cm et $(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Déterminer et construire sur la figure E_2 l'ensemble des points M du plan tel que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -15$



Solution

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -15$
On note H le projeté orthogonal de M sur (AB) alors $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{A}B$ sont de sens contraire et
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -AH \times AB = -15$
donc $AH = 3$ cm.
E_2 est la droite passant par H et perpendiculaire à (AB).

Exercice 5 : Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. On nomme $A(3;1)$ et $B(-3;3)$ deux points du plan.

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre $[AB]$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de B dans le triangle OAB.
3. Déterminer une équation cartésienne de la tangente à $\mathcal{C}_1$ en A.

Solution

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, i, j). On nomme $A(3;1)$ et $B(-3;3)$ deux points du plan.

1. On note M un point du cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre $[AB]$ alors $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$
$\Leftrightarrow (3-x)(-3-x) + (1-y)(3-y) = 0 \Leftrightarrow -9 - 3x + 3x + x^2 + 3 - y - 3y + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y - 6 = 0$
donc une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre $[AB]$ est $x^2 + y^2 - 4y - 6 = 0$.
2. Si M est un point de cette hauteur $\Leftrightarrow \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{OA} = 0$
$\Leftrightarrow 3(-3-x) + 1(3-y) = 0 \Leftrightarrow -9 - 3x + 3 - y = 0 \Leftrightarrow 3x + y + 6 = 0$
donc une équation cartésienne de la hauteur issue de B dans le triangle OAB est $3x + y - 10 = 0$.
3. On note I le milieu de $[AB]$ alors ses coordonnées sont $I(0;2)$
M est un point de la tangente alors $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AI} = 0$
$\Leftrightarrow -3(3-x) + 1(1-y) = 0 \Leftrightarrow -9 + 3x + 1 - y = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 8 = 0$
donc une équation cartésienne de la tangente à $\mathcal{C}_1$ en A est $3x - y - 8 = 0$