Équations de droites - corrections

▷ **Exercice 1.** La droite $\mathcal{D}$ a pour équation réduite $y = -3x + 0,5$. $A(150,5\,;\,-451)$ et $B(-73,25\,;\,219,5)$ appartiennent-ils à $\mathcal{D}$?

- Pour $x = 150,5$, $y = -3 \times 150,5 + 0,5 = -451$ donc $A \in \mathcal{D}$
- Pour $x = -73,25$, $y = -3 \times (-73,25) + 0,5 = 220,25 \neq 219,5$ donc $B \notin \mathcal{D}$

▷ **Exercice 2.** La droite $\mathcal{D}$ est d'équation réduite : $y = \dfrac{5}{2}x - 1$.

1. A est le point de $\mathcal{D}$ d'abscisse 12. Quelle est son ordonnée ?

   Son ordonnée est $y = \dfrac{5}{2} \times 12 - 1 = 29$

2. B est le point de $\mathcal{D}$ d'ordonnée $-\dfrac{1}{2}$. Quelle est son abscisse ?

   Son abscisse x vérifie :
   $\dfrac{5}{2}x - 1 = -\dfrac{1}{2} \iff \dfrac{5}{2}x = \dfrac{3}{2} \iff x = \dfrac{3}{2} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{5}$

▷ **Exercice 3.** Dans chacun des cas suivants, dire si le point A appartient à la droite $\mathcal{D}$:

1. $A\left(\dfrac{1}{3}\,;\,\dfrac{13}{6}\right)$ et $\mathcal{D} : y = 6x + \dfrac{1}{6}$;

   Pour $x = \dfrac{1}{3}$, $y = 6 \times \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{6} = \dfrac{13}{6}$ donc $A \in \mathcal{D}$

2. $A(1\,;\,-7)$ et $\mathcal{D} : y = -\dfrac{3}{4}(x+2) - 5$;

   Pour $x = 1$, $y = -\dfrac{3}{4}(1+2) - 5 = -\dfrac{29}{4} \neq -7$ donc $A \notin \mathcal{D}$

3. $A(2\,;\,5)$ et $\mathcal{D} : x = 5$;

   Les points de $\mathcal{D}$ sont tous les points d'abscisse 5, ce qui n'est pas le cas de A donc $A \notin \mathcal{D}$.

4. $A\left(\dfrac{1}{3}\,;\,\dfrac{1}{6}\right)$ et $\mathcal{D} : y = \dfrac{1}{6}$.

   Les points de $\mathcal{D}$ sont tous les points d'abscisse $\dfrac{1}{6}$, ce qui est le cas de A donc $A \in \mathcal{D}$.

▷ **Exercice 4.** Dans chacun des cas suivants, déterminer une équation cartésienne et l'équation réduite de la droite (AB) :

1. $A(1\,;\,2)$ et $B(3\,;\,-1)$;

   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur donc (AB) a une équation de la forme $-3x - 2y + c = 0$.

   De plus $A(1\,;\,2) \in (AB) \iff -3 \times 1 - 2 \times 2 + c = 0 \iff c = 7$ donc $(AB) : -3x - 2y + 7 = 0$.

   Son équation réduite est $(AB) : y = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{7}{2}$.

2. $A(4\,;\,4)$ et $B(-1\,;\,2)$;

   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB) donc un point $M(x\,;\,y) \in (AB)$ si :

   $$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-4\\y-4\end{pmatrix} \text{sont colinéaires}$$
   $$\iff -5(y-4) - (-2)(x-4) = 0$$
   $$\iff 2x - 5y + 12 = 0$$

   Donc l'équation cartésienne de (AB) est $2x - 5y + 12 = 0$.
   Son équation réduite est $(AB) : y = \dfrac{2}{5}x + \dfrac{12}{5}$.

3. $A(0\,;\,-1)$ et $B(2\,;\,3)$;

   $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur donc (AB) a une équation de la forme $4x - 2y + c = 0$.

   $A(0\,;\,-1) \in (AB) \iff 4 \times 0 - 2 \times (-1) + c = 0 \iff c = -2$

   donc $(AB) : 4x - 2y - 2 = 0$.

   Son équation réduite est $(AB) : y = 2x - 1$.

4. $A(-2\,;\,2)$ et $B(3\,;\,2)$;

   On remarque que $y_A = y_B = 2$ donc l'équation réduite de (AB) est $y = 2$.

   Son équation cartésienne est $y - 2 = 0$.

5. $A(1\,;\,3)$ et $B(1\,;\,4)$.

   On remarque que $x_A = x_B = 1$ donc (AB) n'a pas d'équation réduite mais une équation de la forme : $x = 1$

▷ **Exercice 5.** Dans un même repère, tracer les droites dont les équations sont les suivantes :

- $\mathcal{D}_1 : y = -\dfrac{1}{2}x + 5$;

x	0	4
y	5	3
Point	A(0 ; 5)	B(4 ; 3)

- $\mathcal{D}_2 : y = 4x - 2$;

x	0	2
y	-2	6
Point	C(0 ; −2)	D(2 ; 6)

- $\mathcal{D}_3 : y = -3$;

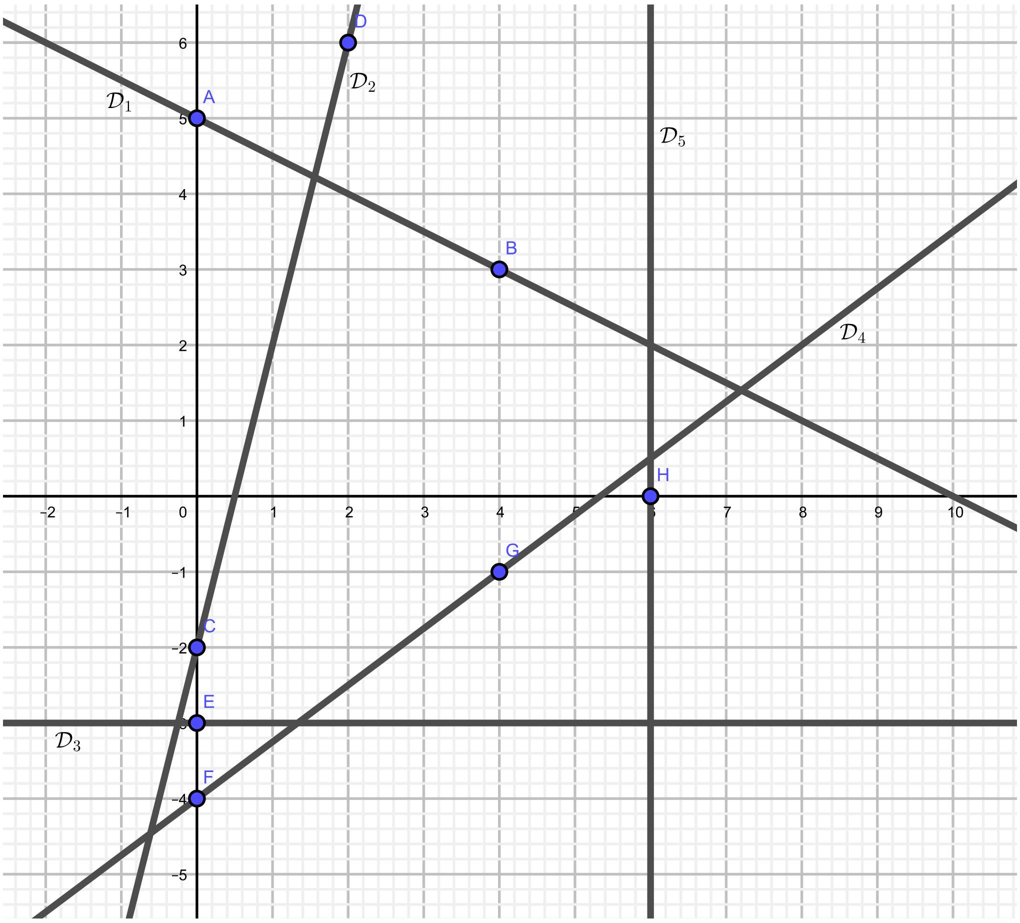
  $\mathcal{D}_3$ est parallèle à l'axe des abscisses et passe par le point E(0 ; −3)

- $\mathcal{D}_4 : y = \dfrac{3}{4}x - 4$;

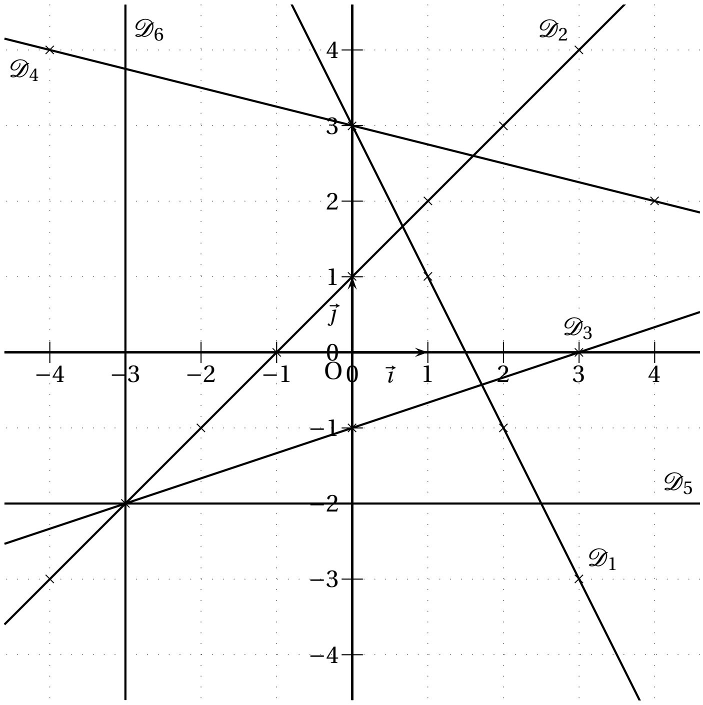
x	0	4
y	-4	-1
Point	F(0 ; −4)	G(4 ; −1)

- $\mathcal{D}_5 : x = 6$.

  $\mathcal{D}_5$ est parallèle à l'axe des abscisses et passe par exemple par le point H(6 ; 0)



▷ **Exercice 6.** Déterminer graphiquement les équations réduites des droites représentées sur le schéma suivant :



- $\mathscr{D}_1 : y = -2x+3$
- $\mathscr{D}_2 : y = 2x+1$
- $\mathscr{D}_3 : y = \dfrac{1}{3}x-1$
- $\mathscr{D}_4 : y = -\dfrac{1}{4}x+3$
- $\mathscr{D}_5 : y = -2$
- $\mathscr{D}_1 : x = -3$

▷ **Exercice 7.**

1. Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ sachant que $A(2;1) \in \mathscr{D}$ et que $\mathscr{D}$ est parallèle à la droite $\mathscr{D}' : y = 3x-1$.

L'équation réduite de $\mathscr{D}$ est de la forme $\mathscr{D} : y = mx+p$

$\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles donc elles ont le même coefficient directeur donc $m = 3$

Ainsi : $\mathscr{D} : y = 3x+p$

De plus, $A(2;1) \in \mathscr{D} \iff 3\times 2+p = 1 \iff p = -5$ d'où $\mathscr{D} : y = 3x-5$

2. a) On donne $A(2;3)$, $B(-1;2)$, $C(4;1)$ et $D(-2;5)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Testons la colinéarité des vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$:

$xy'-x'y = -3\times 4-(-1)\times(-6) = -18 \neq 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires et les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

b) Même question avec $A(1;2)$, $B(2;-4)$, $C(0;3)$ et $D(1;-3)$.

Utilisons une autre méthode...

Le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \dfrac{1}{-6} = -\dfrac{1}{6}$ et celui de la droite (CD) est $m' = \dfrac{y_D-y_C}{x_D-x_C} = \dfrac{1}{-6} = -\dfrac{1}{6}$

$m = m'$ donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

▷ **Exercice 8.** Soit (d) la droite d'équation $y = \dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{5}$.

1. Déterminer le nombre réel a tel que le point $M(\ a\ ;\ 3\ )$ soit un point de (d).

$$\begin{aligned}
M(\ a\ ;\ 3\ ) \in (d) &\iff \frac{2}{3}a-\frac{2}{5} = 3\\
&\iff \frac{2}{3}a = 3+\frac{2}{5}\\
&\iff a = \frac{17}{5}\times\frac{3}{2}\\
&\iff a = \frac{51}{10}
\end{aligned}$$

2. Le point N d'ordonnée 7 est un point de (d). Déterminer l'abscisse de N.

$$\begin{aligned}
\mathrm{N}(x\,;\,7) \in (d) &\iff \frac{2}{3}x - \frac{2}{5} = 7\\
&\iff \frac{2}{3}x = 7 + \frac{2}{5}\\
&\iff x = \frac{37}{5} \times \frac{3}{2}\\
&\iff x = \frac{111}{10}
\end{aligned}$$