1ère S	Correction des exercices de révision

Exercice 1
Une autre façon de résoudre des équations produit nul, plus cohérente avec la méthode vue en seconde :

$(E) : \dfrac{2x^2+3x-2}{x+2} = 1-x$;

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+3x-2}{x+2} - (1-x) = 0$

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+3x-2}{x+2} - \dfrac{(1-x)(x+2)}{x+2} = 0$

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+3x-2-(1-x)(x+2)}{x+2} = 0$

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+3x-2-(x-x^2+2-2x)}{x+2} = 0$

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+3x-2-(-x^2-x+2)}{x+2} = 0$

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{2x^2+3x-2+x^2+x-2}{x+2} = 0$

$(E) \Leftrightarrow \dfrac{3x^2+4x-4}{x+2} = 0$

$(E) \Leftrightarrow 3x^2+4x-4 = 0$ et $x+2 \neq 0$

Valeurs qui annulent le numérateur :
Le trinôme $3x^2+4x-4$ a pour discriminant $\Delta = 4^2 - 4\times 3\times(-4) = 16+48 = 64$, le trinôme a deux racines distinctes
$x_1 = \dfrac{-4-8}{6} = -2$; $x_2 = \dfrac{-4+8}{6} = \dfrac{2}{3}$
Donc $3x^2+4x-4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = \dfrac{2}{3}$

Valeur qui annule le dénominateur :
$x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Conclusion :
-2 annule le numérateur et le dénominateur
$\dfrac{2}{3}$ annule le numérateur mais pas le dénominateur
donc l'ensemble de solution de (E) est $\boxed{S = \left\{\dfrac{2}{3}\right\}}$

$(I) : -\dfrac{2x}{x+1} \geq \dfrac{4x+3}{x-2}$

$(I) \Leftrightarrow -\dfrac{2x}{x+1} - \dfrac{4x+3}{x-2} \geq 0$

$(I) \Leftrightarrow \dfrac{-2x(x-2)}{(x+1)(x-2)} - \dfrac{(4x+3)(x+1)}{(x-2)(x+1)} \geq 0$

$(I) \Leftrightarrow \dfrac{-2x^2+4x-(4x^2+3x+4x+3)}{(x+1)(x-2)} \geq 0$

$(I) \Leftrightarrow \dfrac{-2x^2+4x-(4x^2+7x+3)}{(x+1)(x-2)} \geq 0$

$(I) \Leftrightarrow \dfrac{-2x^2+4x-4x^2-7x-3}{(x+1)(x-2)} \geq 0$

$(I) \Leftrightarrow \dfrac{-6x^2-3x-3}{(x+1)(x-2)} \geq 0$

Signe du trinôme $-6x^2-3x-3$
$a = -6, b = -3, c = -3$
$\Delta = (-3)^2 - 4\times(-6)\times(-3) =$
$\Delta < 0$ donc, pour tout x réel, $-6x^2-3x-3$ est strictement négatif

Signe du trinôme $(x+1)(x-2)$
Ce trinôme a deux racines -1 et 2, le coefficient de x^2 est égal à 1 ;

Tableau de signe :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
Signe de $-6x^2-3x-3$		-		-		-	
Signe de $(x+1)(x-2)$		+	0	-	0	+	
Signe de $\dfrac{-6x^2-3x-3}{(x+1)(x-2)}$		-	‖	+	‖	-	

Conclusion :
L'ensemble de solution de (I) est $\boxed{S =]-1;2[}$

Exercice 2

Soit D_f l'ensemble de définition de la fonction f définie par : $x \mapsto \dfrac{2x-1}{x^3-3x^2+2x}$.

Condition : $x \in D_f \Leftrightarrow x^3-3x^2+2x \neq 0$

Résolution de $(E): x^3-3x^2+2x=0$

$(E) \Leftrightarrow x\left(x^2-3x+2\right)=0$

$(E) \Leftrightarrow x=0 \quad \text{ou} \quad x^2-3x+2=0$

L'équation $x^2-3x+2=0$ est une équation du second degré de discriminant $\Delta=1$, cette équation a donc deux solutions distinctes : $x_1=\dfrac{-(-3)+1}{2}=2$ et $x_2=\dfrac{-(-3)-1}{2}=1$.

On a donc $(E) \Leftrightarrow x=0 \quad \text{ou} \quad x=2 \quad \text{ou} \quad x=1$. Donc $\boxed{D_f=\mathbb{R}\setminus\{0;1;2\}}$

Exercice 3

Pour tout $m \neq 1$, $m-1 \neq 0$ donc l'équation : $(m-1)x^2-2x+1-m=0$ est une équation du second degré.

$a=m-1$, $b=-2$ et $c=1-m$.

Son discriminant est

$$\Delta_m=(-2)^2-4(m-1)(1-m)=4-4\left(m-1-m^2+m\right)=4-4\left(-m^2+2m-1\right)=4m^2-8m+4=4(m-1)^2$$

Pour tout $m \neq 1$, $(m-1)^2>0$ donc $\Delta_m>0$ et l'équation $(m-1)x^2-2x+1-m=0$ possède deux solutions distinctes x_1 et x_2.

$x_1x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1-m}{m-1}=-1$, le produit des solutions est strictement négatif donc on en déduit que les solutions sont de signes contraires.