Chapitre 3 – Ecriture fractionnaire
- Cours -

Dans tout le chapitre, on considérera que les **dénominateurs ne sont jamais nuls**.

I. Fractions égales

Rappel : On ne change pas une fraction lorsque l'on **multiplie** ou que l'on **divise le numérateur et le dénominateur** par un **même nombre**.

$$\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a \div c}{b \div c} = \frac{a}{b}$$

Pour comparer deux fractions, on peut donc les **ramener au même dénominateur.**

Exemples : **1)** Comparer $\frac{4}{10}$ et $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

On a $\frac{4}{10} < \frac{5}{10}$ donc $\frac{4}{10} < \frac{1}{2}$

2) Comparer $\frac{5}{6}$ et $\frac{6}{7}$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 7}{6 \times 7} = \frac{35}{42} \quad \text{et} \quad \frac{6}{7} = \frac{6 \times 6}{7 \times 6} = \frac{36}{42}$$

On a $\frac{35}{42} < \frac{36}{42}$ donc $\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$

Remarque : Lorsqu'on réduit au même dénominateur deux fractions, on cherche le multiple commun **le plus petit possible** afin d'obtenir les nombres les plus simples.

Exemples : **1)** Comparer $\frac{5}{8}$ et $\frac{5}{6}$

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \quad \text{et} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$$

On a $\frac{15}{24} < \frac{20}{24}$ donc $\frac{5}{8} < \frac{5}{6}$

2) Comparer $-\frac{5}{12}$ et $\frac{-4}{9}$ *lorsqu'il y a des négatifs, mettre les "–" devant*

$$-\frac{5}{12} = -\frac{5 \times 3}{12 \times 3} = -\frac{15}{36} \quad \text{et} \quad \frac{-4}{9} = -\frac{4 \times 4}{9 \times 4} = -\frac{16}{36}$$

On a $-\frac{15}{36} > -\frac{16}{36}$ donc $-\frac{5}{12} > \frac{-4}{9}$

Remarque : Pour voir si des fractions sont égales on peut utiliser la **propriété du "produit en croix"**.

Propriété : On considère qutre nombres a, b, c et d avec b et d non nuls, on a :

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors a × d = b × c
- Si a × d = b × c alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Exemple : Les quotients suivant sont-ils égaux ?

a) $\frac{26}{39}$ et $\frac{4}{6}$ $\quad 26 \times 6 = 156$ et $39 \times 4 = 156$ $\quad$ donc $\frac{26}{39} = \frac{4}{6}$

b) $\frac{23}{45}$ et $\frac{1}{2}$ $\quad 23 \times 2 = 46$ et $45 \times 1 = 45$ $\quad$ donc $\frac{23}{45} = \frac{1}{2}$

II. Opérations sur les fractions

1. Addition, soustraction et multiplication

Règle : Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient **le même dénominateur** et on applique les formules suivantes :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Exemples :

1) $\frac{4}{5} + \frac{13}{15} = \frac{4\times3}{5\times3} + \frac{13}{15} = \frac{12}{15} + \frac{13}{15} = \frac{25}{15} = \frac{5\times5}{5\times3} = \frac{5}{3}$

2) $\frac{3}{8} - \frac{33}{56} = \frac{3\times7}{8\times7} - \frac{33}{56} = \frac{21}{56} - \frac{33}{56} = -\frac{12}{56} = -\frac{6\times2}{28\times2}$

$= -\frac{6}{28} = -\frac{2\times3}{2\times14} = -\frac{3}{14}$

3) $\frac{13}{24} - \frac{29}{32} = \frac{13\times4}{24\times4} - \frac{29\times3}{32\times3} = \frac{52}{96} - \frac{87}{96} = -\frac{35}{96}$

Règle : Pour multiplier deux fractions, il suffit de **multiplier entre eux les numérateurs puis les dénominateurs**.

Exemples :

1) $\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{3\times7}{5\times8} = \frac{21}{40}$

2) $-\frac{5}{3} \times \frac{-7}{-6} = -\frac{5\times7}{3\times6} = -\frac{35}{18}$

3) $-\frac{1}{3} \times \frac{2}{-5} \times \frac{-9}{4} = -\frac{1\times2\times9}{3\times5\times4} = -\frac{18}{60} = -\frac{3}{10}$

Remarque : Avant de faire les multiplications, on peut essayer de **simplifier** en faisant **apparaitre des nombres identiques au numérateur et au dénominateur**.

Exemples : **1)** $\frac{-1}{3} \times \frac{2}{-5} \times \frac{-9}{4} = -\frac{2 \times 9}{3 \times 5 \times 4} = -\frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 5 \times 2 \times 2} = -\frac{3}{10}$

2) $-\frac{35}{49} \times \frac{-21}{-45} = -\frac{35 \times 21}{49 \times 45} = -\frac{5 \times 7 \times 5 \times 7 \times 3}{7 \times 7 \times 9 \times 5} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$

2. Division

Définition : Deux nombres sont **inverses** l'un de l'autre si leur **produit** est égal à **1**.

Exemples : **1)** $2 \times \frac{1}{2} = 1$ donc l'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$

2) $\frac{7}{5} \times \frac{5}{7} = 1$ donc l'inverse de $\frac{7}{5}$ est $\frac{5}{7}$

On dira donc que l'inverse de **a** est $\frac{1}{a}$ et l'inverse de $\frac{b}{c}$ est $\frac{c}{b}$.

Remarque : trouver l'inverse une fraction revient à **inverser le numérateur et le dénominateur**.

On va donc pouvoir transformer une division entre deux fractions en une multiplication grâce à la propriété suivante :

On considère quatre nombres a, b, c et d non nuls alors :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples : **1)** $\frac{5}{3} \div \frac{7}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{21}$

2) $\frac{14}{15} \div \frac{7}{5} = \frac{14}{15} \times \frac{5}{7} = \frac{7 \times 2 \times 5}{5 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$

Remarque : la fraction $\frac{a}{b}$ peut s'écrire a ÷ b ainsi on peut simplifier le calcul suivant.

$$\frac{\frac{1}{8}+\frac{7}{12}}{\frac{5}{6}-\frac{4}{15}} = \left(\frac{1}{8} + \frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{15}\right)$$

Chapitre 3 – Ecriture fractionnaire

- Fiche I : Simplification -

Rappel : On ne change pas une fraction lorsque l'on **multiplie** ou que l'on **divise le numérateur et le dénominateur** par un **même nombre**.

Pour pouvoir **simplifier** une fraction, il s'agit avant tout d'identifier une table de multiplication : il faut trouver dans quelle **table de multiplication** apparaissent l**e numérateur** et **le dénominateur**.

Exemples : **1)** On cherche à simplifier $\frac{12}{15}$

On regarde dans quelle table 12 et 15 apparaissent tous les deux : la table de **3**

$3 \times 4 = 12$ et $3 \times 5 = 15$

Il ne reste plus qu'à remplacer les nombres par leur multiplication et faire "disparaitre" les **3**

$$\frac{12}{15} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$$

2) On peut également procéder par **plusieurs** étapes.

$$\frac{24}{32} = \frac{12 \times 2}{16 \times 2} = \frac{12}{16} = \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = \frac{3}{4}$$

ou en **une seule** : $\frac{24}{32} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{3}{4}$ en choisissant la plus grande table

Exercice : En présentant de la même façon, simplifie les fractions suivantes.

$\frac{4}{6} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{9}{12} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{12}{16} =$

$\frac{20}{25} =$

$\frac{30}{36} =$

$\frac{42}{49} =$

$\frac{40}{56} =$

$\frac{72}{81} =$

$\frac{24}{64} =$

$\frac{36}{48} =$

$\frac{48}{60} =$

$\frac{135}{90} =$

$\frac{150}{175} =$

$\frac{176}{198} =$

Chapitre 3 – Ecriture fractionnaire

- Fiche II : Comparaison -

Présentation : **1)** On ramène les deux fractions au même dénominateur (une seule ou les deux)
2) On compare les nouvelles fractions
3) On remplace les nouvelles fractions par celles du début

Exercice : Compare en modifiant une seule fraction (un dénominateur est multiple de l'autre).

$\frac{7}{6}$ et $\frac{29}{24}$

$\frac{7}{6} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

On a $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

Donc $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{23}{40}$ et $\frac{5}{8}$

$\frac{36}{42}$ et $\frac{5}{6}$

Exercice : Compare en modifiant les deux fractions.

$\frac{5}{4}$ et $\frac{4}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{5}{4} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

On a $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

Donc $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{7}{5}$ et $\frac{11}{8}$

$\frac{13}{6}$ et $\frac{15}{7}$

Exercice : Compare en cherchant le multiple commun **le plus petit possible**.

$\frac{11}{6}$ et $\frac{15}{8}$

$\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{15}$

$\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{16}$

Chapitre 3 – Ecriture fractionnaire

- Fiche III : Addition & soustraction -

Règle : Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient **le même dénominateur**.
Dans ce cas là, on additionne ou on soustrait **seulement** les **numérateurs**.

Exercice : Effectue les calculs suivants.

$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$	$B = \frac{3}{5} - \frac{2}{7}$	$C = -\frac{9}{2} + \frac{-2}{11}$ $C = -\frac{9}{2} - \frac{2}{11}$ Avec + et – , la fraction est négative, on va donc mettre un seul – devant
$D = -\frac{3}{11} + \frac{1}{2}$ Ne pas oublier le – dans les lignes suivantes	$E = -\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$	$F = -\frac{-3}{4} + \frac{-1}{5}$
$G = -\frac{6}{7} + 3$ $3 = \frac{3}{1}$	$H = 5 - \frac{14}{24}$	$I = \frac{-7}{6} + \frac{-5}{4}$
$J = \frac{19}{20} - \frac{-4}{30}$	$K = \frac{1}{-2} - \frac{-5}{3}$	$L = -\frac{-5}{-10} + \frac{3}{-6}$

Chapitre 3 – Ecriture fractionnaire

- Fiche IV : Multiplication -

Règle : Pour multiplier deux fractions, il suffit de **multiplier entre eux les numérateurs puis les dénominateurs**.

Exercice : Effectue les calculs suivants.

$A = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3}$	$B = \frac{4}{7} \times \frac{2}{3}$	$C = 7 \times \frac{4}{11}$	$D = 9 \times \frac{-4}{5}$
$E = \frac{-2}{5} \times \frac{9}{5}$	$F = \frac{-7}{6} \times \frac{5}{-9}$	$G = \frac{7}{-10} \times \frac{-11}{-3}$	$H = \frac{-6}{-10} \times \frac{-1}{-5}$

Exercice : Effectue les calculs suivants et **simplifie** le résultat.

$I = \frac{-4}{15} \times (-5)$	$J = \frac{-2}{-3} \times \frac{5}{-4}$	$K = \frac{-5}{-7} \times \frac{14}{-15}$	$L = -\frac{-28}{-21} \times \frac{-6}{-4}$

Remarque : Avant de faire les multiplications, on peut essayer de **simplifier** en faisant **apparaitre des nombres identiques au numérateur et au dénominateur**.

Exercice : **Simplifie** avant de faire les multiplications.

$M = \frac{7}{-10} \times \frac{-15}{-2}$	$N = \frac{-21}{-8} \times \frac{-6}{-35}$	$O = \frac{-21}{15} \times \frac{10}{14}$

Chapitre 3 – Ecriture fractionnaire

- Fiche V : Division -

Définition : Deux nombres sont **inverses** l'un de l'autre si leur **produit** est égal à **1**.

Exemples : **1)** $2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$ donc l'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$

2) $\frac{7}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{35}{35} = 1$ donc l'inverse de $\frac{7}{5}$ est $\frac{5}{7}$

On dira donc que l'inverse de **a** est $\frac{1}{a}$ et l'inverse de $\frac{b}{c}$ est $\frac{c}{b}$.

Remarque : Trouver l'inverse une fraction revient à **inverser le numérateur et le dénominateur**.

On va donc pouvoir transformer une division entre deux fractions en une multiplication grâce à la propriété suivante :

On considère quatre nombres a, b, c et d non nuls alors :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples : **1)** $\frac{5}{3} \div \frac{7}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{21}$

2) $\frac{14}{15} \div \frac{7}{5} = \frac{14}{15} \times \frac{5}{7} = \frac{7 \times 2 \times 5}{5 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$

Exercice : Effectue les calculs suivants.

$A = \frac{2}{7} \div \frac{3}{4}$	$B = \frac{4}{7} \div \frac{3}{2}$	$C = \frac{-2}{5} \div \frac{5}{9}$	$D = \frac{-6}{-10} \div \frac{-5}{-1}$
$E = \frac{-2}{-3} \div \frac{4}{-5}$	$F = -\frac{-28}{-21} \div \frac{-4}{-6}$	$G = \frac{7}{-10} \div \frac{-2}{-15}$	$H = \frac{-21}{15} \div \frac{14}{10}$