❶ Soit la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle [0,125 ; 5] par :

$$f(x) = \frac{x}{2} - \ln x$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) dont les unités graphiques sont :

3 cm sur l'axe des abscisses,
5 cm sur l'axe des ordonnées.

a) Reproduire le tableau et le compléter. Donner les valeurs approchées des résultats, arrondies au centième.

x	0,125	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$			0,94			0,34			0,4		0,61	0,75	0,89

b) Placer certains points (au moins 6) dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) sur l'annexe 1.

c) ➥ Déterminer la dérivée f' de la fonction f .

➥ Donner la valeur x_0 qui annule la dérivée et en déduire une particularité de la courbe C en son point d'abscisse x_0 .

➥ Calculer $f'(1)$. En déduire la construction de la tangente à la courbe C en son point B d'abscisse + 1. On laissera les traits de construction apparents sur le graphique.

➥ Tracer la courbe C en exploitant tous les résultats précédents.

d) ➥ Ecrire l'équation de la droite D passant par les points B (0 ; –1) et E (1 ; –1/2).

➥ Tracer la droite D .

➥ Soit M le point d'intersection de la courbe et de la droite d'équation :

$$y = \frac{x}{2} - 1 .$$

On désire effectuer une lecture graphique des coordonnées du point M. On désigne par P la projection orthogonale de M sur l'axe des abscisses et par Q la projection orthogonale de M sur l'axe des ordonnées.

➢ Lire les longueurs OP et OQ en mm ; on admet que la lecture se fait au mm près.

➢ En déduire les valeurs approchées arrondies au centième des coordonnées du point M.

➥ Vérifier ces résultats par le calcul.

(d'après Bac Pro maintenance automobile de 1994)

❷ Soit la fonction f définie sur l'intervalle I = [0,1 ; 5,5] par :

$$f(x) = x^2 + 1 - 8 \ln x$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthogonal (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) dont les unités graphiques sont :

2 cm en abscisses,
1cm en ordonnées.

a) Calculer $f(0{,}1)$ et $f(5{,}5)$ à 10^{-1} près.

b) Déterminer la dérivée f' de la fonction f. Étudier sur l'intervalle I, le signe de la dérivée et en déduire le sens de variation de la fonction f.

c) Tracer la courbe C.

(d'après Bac Pro Productique mécanique de 1992)

❸ Soit la fonction numérique f qui, à tout réel x réel strictement positif, fait correspondre $f(x) = x^2 - 2 \ln x$ où $\ln x$ représente le logarithme népérien de x .

➥ Expliquer pourquoi cette fonction est définie pour $x > 0$. Déterminer la dérivée f' de f.

➥ Etudier le signe de cette dérivée $f'(x)$ selon le choix de x.

➥ Etudier les variations de f sur l'intervalle [0,1 ; 3].

➥ Soit C la courbe représentative de f, sur l'intervalle [0,1 ; 3], dans un repère orthonormé, d'axes x' o x et y' o y , l'unité étant représentée par 2 cm.

➢ Calculer à 0,1 près $f(1/2)$, $f(2)$, $f(3)$.

➢ Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 1/2.

➢ Tracer C et T.

➢ Déterminer l'intersection de la courbe C et de la droite D d'équation $x = \mathrm{e}$ dans le repère choisi (on rappelle $\ln \mathrm{e} = 1$).

(d'après Bac Pro maintenance de l'audiovisuel électronique de 1988)