Chapitre 9 – Équations
- Cours -

I. Égalités

Une équation est une égalité comprenant une **inconnue** représentée par une lettre.
Résoudre une équation, c'est trouver la valeur de cette inconnue pour laquelle l'égalité est **vraie**.

Exemple : $2x + 5 = 4x + 3$ est une équation d'inconnue x.
Si on résoud cette équation, sa solution est $x = 1$
car chaque membre de l'égalité sera alors égal à 7 : $2x + 5 = 2 \times 1 + 2 = 5 + 2 = 7$
$4x + 3 = 4 \times 1 + 3 = 4 + 3 = 7$

Pour résoudre une équation, on peut, de chaque côté de l'égalité, **ajouter ou soustraire** un **même terme** ou **multiplier ou diviser** par un **même nombre** afin d'isoler l'inconnu d'un seul côté.

Exemples :

$4x + 5 = 3x + 9$ $4x + 5 \mathbf{- 5} = 3x + 9 \mathbf{- 5}$ $4x = 3x + 4$ $4x \mathbf{- 3x} = 3x + 4 \mathbf{- 3x}$ $x = 4$	$5x + 14 = 8x + 5$ $5x + 14 \mathbf{- 5} = 8x + 5 \mathbf{- 5}$ $5x + 9 = 8x$ $5x + 9 \mathbf{- 5x} = 8x \mathbf{- 5x}$ $9 = 3x$ $\frac{9}{3} = \frac{3x}{3}$ $3 = x$	$9x + 14 = 8x + 5$ $9x + 14 \mathbf{- 5} = 8x + 5 \mathbf{- 5}$ $9x + 9 = 8x$ $9x + 9 \mathbf{- 8x} = 8x \mathbf{- 8x}$ $x + 9 = 0$ $x + 9 \mathbf{- 9} = 0 \mathbf{- 9}$ $x = - 9$
la solution de l'équation est donc $x = 4$	la solution de l'équation est donc $x = 3$	la solution de l'équation est donc $c = - 9$

Les **propriétés** que l'on utilise sont les suivantes : quels que soient les nombres réels a, b et c,

1) Si $a = b$ alors $a + c = b + c$
2) Si $a = b$ alors $a - c = b - c$
3) Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$
4) Si $a = b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

II. Inégalités

Nouvelle notation : on va utiliser **deux** nouveaux symboles : ◈ et □
a ◈b signifie que $a < b$ ou $a = b$
a □b signifie que $a > b$ ou $a = b$

Exemple : x ◈8 signifie que x est soit plus grand que 8 soit égal à 8.

Remarque : On considère l'inégalité $5 < 7$

Si on multiplie de chaque côté par 3, on obtient $5 \times 3 < 7 \times 3$ donc $15 < 21$ L'inégalité reste vraie	Si on multiplie de chaque côté par – 2 on obtient $5 \times (-2) < 7 \times (-2)$ donc $-10 < -14$ L'inégalité devient fausse

Si on multiplie une inégalité par un nombre négatif, celle-ci devient fausse. Pour que l'inégalité reste toujours vraie, il faut inverser le symbole quand on multiplie par un nombre négatif.

On a donc la propriété suivante :

- Si $a < b$ et $\mathbf{c > 0}$ alors $a \times c < b \times c$
- Si $a < b$ et $\mathbf{c < 0}$ alors $\mathbf{a \times c > b \times c}$

Les propriétés 1 et 2 des équations restent vraies pour les inégalités.

1) Si $a < b$ alors $a + c < b + c$
2) Si $a < b$ alors $a - c > b - c$

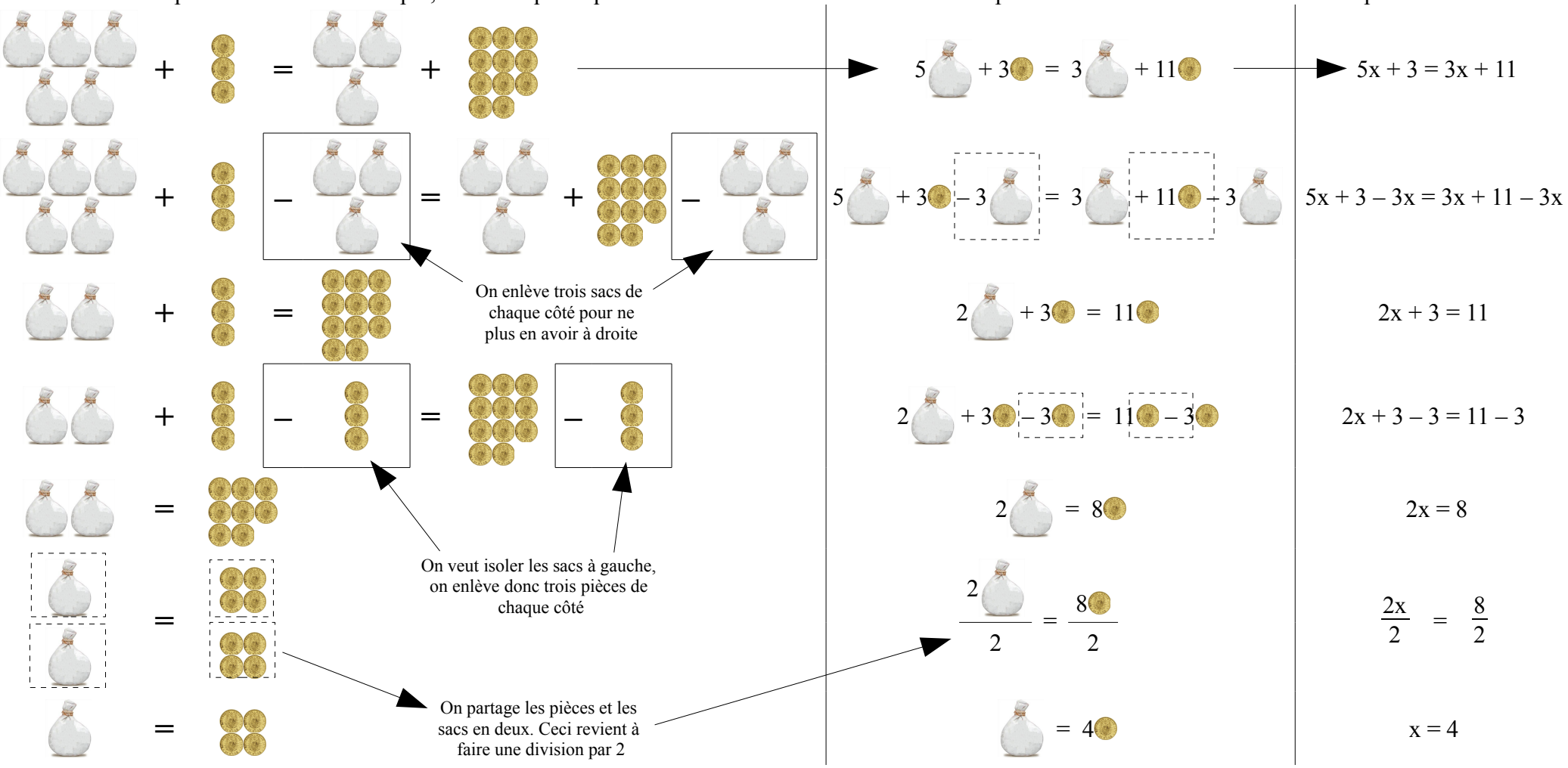
Exemple : Si $x > 2$, que peut-on dire de $3x - 7$ et de $2 - 5x$

$x > 2$	$x > 2$
$3 \times x > 3 \times 2$	$(-5) \times x < (-5) \times 2$
$3x > 6$	$-5x < -10$
$3x - 7 > 6 - 7$	$-5x + 2 < -10 + 2$
$\mathbf{3x - 7 > -1}$	$\mathbf{2 - 5x < -8}$

Chapitre 9 – Équations

- Fiche I : Introduction -

Problème : Léo et Léa veulent comparer leur nombre de pièces en chocolat. Léo possède 5 sacs et 3 pièces tandis que Léa a 3 sacs et 11 pièces. Après avoir fait leur compte, ils remarquent qu'ils ont exactement le même nombre de pièces. Combien un sac contient-il de pièces ?



Chapitre 9 – Équations

- Fiche II : Équations -

Une équation est une égalité comprenant une **inconnue** représentée par une lettre.
Résoudre une équation, c'est trouver la valeur de cette inconnue pour laquelle l'égalité est **vraie**.

Exemple : $4x + 3 = 2x + 5$ est une équation d'inconnue x.

L'égalité est vraie si on remplace x par 1 : $2x + 5 = 2 \times 1 + 2 = 5 + 2 = 7$
$4x + 3 = 4 \times 1 + 3 = 4 + 3 = 7$

Pour résoudre une équation, on peut, de chaque côté de l'égalité, **ajouter ou soustraire** un **même terme** ou encore **multiplier ou diviser** par un **même nombre** afin d'isoler l'inconnu d'un seul côté.

$4x + 3 = 2x + 5$ ← On cherche à ne plus avoir de x de l'un des deux côtés de l'égalité.

$4x + 3 - \mathbf{2x} = 2x + 5 - \mathbf{2x}$ ← On enlève (soustraction) donc 2x de chaque côté.

$2x + \underline{3} = 5$ ← On cherche maintenant à isoler complètement x, il va donc falloir faire disparaître le 3.

$2x + 3 - \mathbf{3} = 5 - \mathbf{3}$ ← On enlève donc 3 de chaque côté.

$2x = 2$ ← On a deux "x" qui valent 2.

$\frac{2x}{2} = \frac{2}{2}$ ← On divise donc par 2 de chaque côté pour obtenir le résultat.

$x = 1$

Exercice : Résoudre les équations suivantes.

1) $4x + 5 = 3x + 9$
2) $5x + 14 = 8x + 5$
3) $9x + 14 = 8x + 5$
4) $5x + 25 = 2x + 10$
5) $7x - 8 = 6x + 13$
6) $6x - 3 = 2x + 13$
7) $4x + 6 = -3x + 13$

Chapitre 9 – Équations

- Fiche III : Inégalités -

Résoudre les **trois** problèmes suivants.

***Problème* 1 :** Léo demande à Léa de choisir un nombre plus grand que 8. Il lui demande ensuite de le multiplier par 4 et de soustraire 21 au produit.
Il affirme alors que son nombre est, maintenant, forcément plus grand que 11.
A-t-il raison ? Comment peut-on l'expliquer ?

……
……
……
……
……
……
……

Règle 1 : Pour modifier une inégalité, on peut **ajouter ou soustraire** un **même terme** de chaque côté de l'inégalité.

***Problème* 2 :** Léo demande maintenant à Léa de choisir un nombre plus petit que 5. Il lui demande de le multiplier par – 2 et d'ajouter 3.
Il affirme alors que ce nombre est plus grand que – 7.
A-t-il raison ? Comment peut-on l'expliquer ?

……
……
……
……
……
……
……

Règle 2 : Si on **multiplie** une inégalité par un nombre négatif, celle-ci devient fausse. Pour que l'inégalité reste toujours vraie, il faut **inverser** le symbole quand on multiplie par un nombre **négatif**.

***Problème* 3 :** Léa propose maintenant un défi à Léo : "choisis un nombre plus grand que 11, multiplie-le par – 3 et ajoute 18. Que peux-tu affirmer sur ton nouveau nombre ?"
Complète la phrase de Léo : "Le nombre est plus …… que ……".
Explique ta démarche.

……
……
……
……
……
……
……

Notation : x ⩾8 signifie que x est **soit plus grand** que 8 **soit égal** à 8.

Chapitre 9 – Équations

- Fiche III : Inégalités -

Résoudre les **trois** problèmes suivants.

***Problème* 1 :** Léo demande à Léa de choisir un nombre plus grand que 8. Il lui demande ensuite de le multiplier par 4 et de soustraire 21 au produit.
Il affirme alors que son nombre est, maintenant, forcément plus grand que 11.
A-t-il raison ? Comment peut-on l'expliquer ?

……
……
……
……
……
……
……

Règle 1 : ……
……

***Problème* 2 :** Léo demande maintenant à Léa de choisir un nombre plus petit que 5. Il lui demande de le multiplier par – 2 et d'ajouter 3.
Il affirme alors que ce nombre est plus grand que – 7.
A-t-il raison ? Comment peut-on l'expliquer ?

……
……
……
……
……
……
……

Règle 2 : ……
……
……

***Problème* 3 :** Léa propose maintenant un défi à Léo : "choisis un nombre plus grand que 11, multiplie-le par – 3 et ajoute 18. Que peux-tu affirmer sur ton nouveau nombre ?"
Complète la phrase de Léo : "Le nombre est plus …… que ……".
Explique ta démarche.

……
……
……
……
……
……
……

Notation : x ⩾8 signifie que x est soit plus grand que 8 soit égal à 8.