# La valeur absolue

## 1. Définitions :

### a) Distance entre deux réels :

Quelle est la distance entre les nombres 2 et 7 ?

En fait, il faudrait plutôt dire : quelle est la distance entre le point d'abscisse 2 et celui dont l'abscisse est 7 ?

Représentons ces deux nombres sur la droite réelle.

La distance entre les nombres 2 et 7 est la longueur du segment joignant 2 à 7. C'est-à-dire 5.

d(2 , 7) désigne la distance entre les nombres 2 et 7.

Et si maintenant, je vous demandais la distance entre -3 et 4 ?

Là encore, s'impose le recours à la droite numérique.

La distance entre -3 et 4 vaut 7.

si $x < y$ alors $d(x ;y)=y-x$.

si $x \geq y$ alors $d(x ;y)=x-y$.

### b) Valeur absolue :

Soit x un réel. La valeur absolue du nombre x est la distance entre 0 et x. Cette valeur absolue est notée $|x|$.

Ainsi $|x|=d(0 ;x)$.

En tant que distance, la valeur absolue d'un réel est toujours positive.

En résumé : **:** soit x est un réel.

Si x est négatif alors $|x|=-x$.

Si x est nul alors $|x|=0$.

Si x est positif alors $|x|=x$.

### c) Lien entre d(x ;y) et $|x-y|$

$|x-y|=d(x ;y)$.

## 2. Résolution d'équations :

**a) résoudre l'équation $|x-3|=5$.**

$x-3=-5$ ou $x-3=5$

$S=\{-2 ;8\}$.

**b) résoudre l'équation $|2x-1|= - 8$.**

$S=\varnothing$.

**c) résoudre l'équation $|x-2|=|2x+3|$.**

$S=\{-5 ;-1/3\}$.

## 3. Résolution d'inéquations :

### a) résoudre l'inéquation $|x - 3| < 2$.

Cette inéquation peut aussi s'écrire : $d(x-3 ;0) < 2$.

Or les réels dont la distance à 0 est strictement inférieure à 2 sont ceux qui sont compris strictement entre -2 et 2.

L'inéquation peut donc aussi s'écrire : $-2 < x-3 < 2$

$S=]1 ;5[$.

### b) résoudre l'inéquation $|3x-2| < 2$.

$-2 < 3x-2 < 2$

$S=]0 ;4/3[$.

### c) résoudre l'inéquation $|x-2| > 3$.

$S=]-\infty ;-1[\cup]5 ;+\infty[$.