

# Classe de troisième

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits dans l'introduction générale des programmes de mathématiques pour le collège demeurent valables pour la classe de troisième : consolider, enrichir et structurer les acquis des classes précédentes, conforter l'acquisition des méthodes et des modes de pensée caractéristiques des mathématiques, développer la capacité à utiliser les mathématiques dans différents domaines (vie courante, autres disciplines), notamment à l'occasion de l'étude de thèmes de convergence.

À la fin de cette classe terminale du collège, la maîtrise par les élèves de plusieurs types de savoirs est visée :

- dans le domaine des nombres et du calcul : calcul numérique (nombres entiers, décimaux et fractionnaires, relatifs ou non, proportionnalité) et premiers éléments de calcul littéral ;
- dans le domaine de l'organisation et la gestion de données : premiers éléments de base en statistique descriptive et en probabilité ;
- dans le domaine géométrique : figures de base et propriétés de configurations du plan et de l'espace ;
- dans le domaine des grandeurs et de la mesure : grandeurs usuelles, grandeurs composées et changements d'unités ;
- dans le domaine des TICE : utilisation d'un tableur-grapheur et d'un logiciel de construction géométrique.

**Note :** les points du programme (connaissances et capacités) qui ne sont pas exigibles pour le socle commun des connaissances et des compétences sont en italiques. Certains commentaires ou exemples d'activités, liés à des connaissances et des capacités qui ne font pas partie du socle, sont écrits en italique dans la troisième colonne mais correspondent à des situations que doivent travailler tous les élèves car ces connaissances et ces capacités restent des objectifs d'enseignement du programme.

## 1. Organisation et gestion de données, fonctions

L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation  $f(x)$ . L'usage du tableur grapheur contribue aussi à la mise en place du concept, dans ses aspects numériques comme dans ses aspects graphiques. La notion d'équation de droite n'est pas au programme de la classe de troisième.

Pour les séries statistiques, l'étude des paramètres de position est poursuivie : médiane et quartiles. Une première approche de la dispersion est envisagée. L'éducation mathématique rejoint ici l'éducation du citoyen : prendre l'habitude de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique. De même, c'est pour permettre au citoyen d'aborder l'incertitude et le hasard dans une perspective rationnelle que sont introduits les premiers éléments relatifs à la notion de probabilité.

### Objectifs

*La résolution de problèmes a pour objectifs*

- de synthétiser le travail conduit sur la proportionnalité dans les classes antérieures, d'approcher la notion de fonction et d'acquérir une première connaissance des fonctions linéaires et affines,
- de poursuivre la mise en place de paramètres de position et de dispersion d'une série statistique,
- d'initier à la notion de probabilité par l'étude d'exemples simples.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<b>1.1. Notion de fonction</b>  <i>Image, antécédent, notations <math>f(x)</math>, <math>x \mapsto f(x)</math>.</i>  [Thèmes de convergence]	- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.  - Déterminer un antécédent par lecture directe dans un tableau ou sur une représentation graphique.	<i>Toute définition générale de la notion de fonction et la notion d'ensemble de définition sont hors programme.</i>  <i>La détermination d'un antécédent à partir de l'expression algébrique d'une fonction n'est exigible que dans le cas des fonctions linéaires ou affines.</i>
<b>1.2 Fonction linéaire, fonction affine.</b>  Proportionnalité.		En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité par une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><i>Fonction linéaire.</i></p> <p><i>Coefficient directeur de la droite représentant une fonction linéaire.</i></p> <p><i>Fonction affine.</i></p> <p><i>Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.</p> <p>- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.</p> <p>- Représenter graphiquement une fonction linéaire.</p> <p>- Connaître et utiliser la relation <math>y=ax</math> entre les coordonnées <math>(x,y)</math> d'un point <math>M</math> qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire <math>x \mapsto ax</math>.</p> <p>- Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite</p> <p>- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.</p> <p>- Connaître et utiliser la relation <math>y=ax + b</math> entre les coordonnées <math>(x,y)</math> d'un point <math>M</math> qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire <math>x \mapsto ax + b</math>.</p> <p>- Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.</p> <p>- Représenter graphiquement une fonction affine.</p> <p>- Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.</p> <p>- Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.</p>	<p>L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par <math>a</math> ». Cette formulation est reliée à <math>x \mapsto ax</math>.</p> <p>Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi.</p> <p>Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.</p> <p>Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite. Cette remarque peut constituer un point de départ à l'étude des fonctions affines. Pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de <math>x</math> et <math>y</math> est mise en évidence.</p>
<p><b>1.3. Statistique</b></p> <p>Caractéristiques de position.</p> <p><i>Approche de caractéristiques de dispersion.</i></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique) :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• déterminer une valeur médiane de cette série et en donner la signification ;</li> <li>• déterminer des valeurs pour les premier et troisième quartiles et en donner la signification ;</li> <li>• déterminer son étendue.</li> </ul> <p>- Exprimer et exploiter les résultats de mesures d'une grandeur.</p>	<p>Le travail est conduit aussi souvent que possible en liaison avec les autres disciplines dans des situations où les données sont exploitables par les élèves. L'utilisation d'un tableur permet d'avoir accès à des situations plus riches que celles qui peuvent être traitées « à la main ».</p> <p>La notion de dispersion est à relier, sur des exemples, au problème posé par la disparité des mesures d'une grandeur, lors d'une activité expérimentale, en particulier en physique et chimie.</p>
<p><b>1.4. Notion de probabilité</b></p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité.</p> <p>- Calculer des probabilités dans des contextes familiers.</p>	<p>La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.).</p> <p>La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou à deux épreuves.</p>

## 2. Nombres et Calculs

La pratique du calcul numérique (exact ou approché) sous ses différentes formes en interaction (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a les mêmes objectifs que dans les classes antérieures :

- maîtrise des procédures de calcul effectivement utilisées ;
- acquisition de savoir-faire dans la comparaison des nombres ;
- réflexion et initiative dans le choix de l'écriture appropriée d'un nombre suivant la situation.

Pour le calcul littéral, l'un des objectifs visés est qu'il prenne sa place dans les moyens d'expression des élèves, à côté de la langue usuelle, de l'emploi des nombres ou des représentations graphiques. C'est en développant notamment des activités où le calcul littéral présente du sens et où il reste simple à effectuer que l'on amène l'élève à recourir à l'écriture algébrique lorsqu'elle est pertinente.

### Objectifs

*La résolution de problèmes* a pour objectifs

- d'entretenir le calcul mental, le calcul à la main et de l'usage raisonnée des calculatrices,
- d'assurer la maîtrise des calculs sur les nombres rationnels,
- d'amorcer les calculs sur les radicaux et de poursuivre les calculs sur les puissances,
- de familiariser les élèves aux raisonnements arithmétiques,
- de compléter les bases du calcul littéral et d'en conforter le sens, notamment par le recours à des équations ou des inéquations du premier degré pour résoudre des problèmes,
- de savoir choisir l'écriture appropriée d'un nombre ou d'une expression littérale suivant la situation.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><b>2.1. Nombres entiers et rationnels</b></p> <p>Diviseurs communs à deux entiers, PGCD.</p> <p>Fractions irréductibles.</p> <p>Opérations sur les nombres relatifs en écriture fractionnaire.</p> <p><b>[Reprise du programme du cycle central]</b></p>	<p>- Connaître et utiliser un algorithme donnant le PGCD de deux entiers (algorithme des soustractions, algorithme d'Euclide).</p> <p>- Calculer le PGCD de deux entiers.</p> <p>- Déterminer si deux entiers donnés sont premiers entre eux.</p> <p>- Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.</p>	<p><i>Plusieurs méthodes peuvent être envisagées.</i></p> <p>La connaissance de relations arithmétiques entre nombres – que la pratique du calcul mental a permis de développer – permet d'identifier des diviseurs communs de deux entiers.</p> <p>Le recours à une décomposition en produits de facteurs premiers est possible dans des cas simples mais ne doit pas être systématisée.</p> <p>Les tableurs, calculatrices et logiciels de calcul formel sont exploités.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, les élèves utilisent leur calculatrice pour rendre irréductible une fraction donnée.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, l'addition, la soustraction et la multiplication « à la main » de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, sont exigibles seulement dans des cas simples ; pour l'addition et la soustraction, il s'agit uniquement des cas où un calcul mental est possible.</p> <p>Dans les autres cas, la calculatrice est utilisée.</p>
<p><b>2.2. Calculs élémentaires sur les radicaux</b></p> <p>Racine carrée d'un nombre positif.</p> <p>Produit et quotient de deux radicaux.</p>	<p>- Savoir que, si <math>a</math> désigne un nombre positif, <math>\sqrt{a}</math> est le nombre positif dont le carré est <math>a</math> et utiliser les égalités : <math>(\sqrt{a})^2 = a</math>, <math>\sqrt{a^2} = a</math>.</p> <p>- Déterminer, sur des exemples numériques, les nombres <math>x</math> tels que <math>x^2 = a</math>, où <math>a</math> est un nombre positif.</p> <p>- Sur des exemples numériques, où <math>a</math> et <math>b</math> sont deux nombres positifs, utiliser les égalités :</p> $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \text{ non nul}).$	<p>Dans le cadre du socle commun, la seule capacité exigible, relative à la racine carrée, concerne le calcul à la calculatrice de la valeur exacte ou approchée de la racine carrée d'un nombre positif.</p> <p><i>Ces résultats permettent de transformer l'écriture d'un nombre et de choisir la forme la mieux adaptée à la résolution d'un problème posé.</i></p>
<p><b>2.3. Écritures littérales</b></p> <p>Puissances.</p>	<p>- Utiliser sur des exemples les égalités :</p> $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$ $a^m / a^n = a^{m-n}$	<p>Comme en classe de quatrième, ces résultats sont construits et retrouvés, si besoin est, en s'appuyant sur la signification de la notation puissance qui reste</p>

Connaissances	Capacités	Commentaires
[Thèmes de convergence]  Factorisation.	$(a^m)^n = a^{mn}$ $(ab)^n = a^n b^n$ $(a/b)^n = a^n / b^n$ où $a$ et $b$ sont des nombres non nuls et $m$ et $n$ des entiers relatifs.  - Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent.	l'objectif prioritaire. La mémorisation de ces égalités est favorisée par l'entraînement à leur utilisation en calcul mental.  Les travaux se développent dans trois directions : - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ; - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes ; - utilisation pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique). Les activités visent la maîtrise du développement ou de la factorisation d'expressions simples.
Identités remarquables.	- Connaître les identités: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ - Les utiliser dans les deux sens sur des exemples numériques ou littéraux simples.	Dans le cadre du socle commun, les élèves connaissent l'existence des identités remarquables et doivent savoir les utiliser pour calculer une expression numérique mais aucune mémorisation des formules n'est exigée.
<b>2.4. Équations et inéquations du premier degré</b>  Problèmes du premier degré : inéquation du premier degré à une inconnue, système de deux équations à deux inconnues.  Problèmes se ramenant au premier degré : équations produits.	- Mettre en équation un problème. - Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques ; représenter ses solutions sur une droite graduée.  - Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique.  - Résoudre une équation mise sous la forme $A(x).B(x) = 0$ , où $A(x)$ et $B(x)$ sont deux expressions du premier degré de la même variable $x$ .	La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun. Néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré (méthode arithmétique, méthode par essais successifs, ...).  L'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est hors programme.

### 3. Géométrie

Les objectifs des travaux géométriques demeurent ceux des classes antérieures du collège. L'étude et la représentation d'objets usuels du plan et de l'espace se poursuivent ainsi que le calcul de grandeurs attachées à ces objets. Les travaux sur les solides permettent de mobiliser largement les résultats des classes antérieures. À ce titre, il convient d'aborder la géométrie dans l'espace suffisamment tôt dans

l'année scolaire. L'étude des configurations usuelles est enrichie en particulier de la réciproque du théorème de Thalès et de l'étude de l'angle inscrit. Le recours à des logiciels de construction géométrique (par les élèves ou de manière collective) est intégré aux séquences d'enseignement, dans l'approche d'une notion ou dans la résolution de problèmes.

Objectifs
La résolution de problèmes a pour objectifs <ul style="list-style-type: none"> <li>• de connaître les objets usuels du plan et de l'espace, de calculer les grandeurs attachées à ces objets,</li> <li>• de développer les capacités heuristiques, les capacités de raisonnement et les capacités relatives à la formalisation d'une démonstration ;</li> <li>• d'entretenir la pratique des constructions géométriques (aux instruments et à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique) et des raisonnements sous-jacents qu'elles mobilisent ;</li> <li>• de solliciter dans les raisonnements les propriétés géométriques et les relations métriques associées vues dans les classes antérieures ;</li> <li>• de familiariser les élèves aux sections de solides de l'espace.</li> </ul>

Connaissances	Capacités	Commentaires
<b>3.1 Figures planes</b>  Triangle rectangle, relations trigonométriques.	- Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle.  - Déterminer, à l'aide de la calculatrice, des valeurs	La définition du cosinus a été vue en classe de quatrième. Le sinus et la tangente d'un angle aigu sont introduits comme rapports de longueurs. Les formules suivantes sont à démontrer :

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>Configuration de Thalès.</p> <p>Agrandissement et réduction. [Reprise du programme de 4<sup>e</sup>]</p> <p>Angle inscrit, angle au centre.</p> <p>Polygones réguliers.</p>	<p><i>approchées :</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle aigu donné;</li> <li>• de l'angle aigu dont on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente.</li> </ul> <p>- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes.</p> <p>- Connaître et utiliser un énoncé réciproque.</p> <p>- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.</p> <p>- Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.</p> <p>- Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier, un octogone connaissant son centre et un sommet.</p>	$\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1 \text{ et } \tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$ <p>La seule unité utilisée est le degré décimal.</p> <p>Il s'agit de prolonger l'étude commencée en classe de quatrième qui, seule, est exigible dans le cadre du socle commun.</p> <p>La réciproque est formulée en tenant compte de l'ordre relatif des points sur chaque droite mais, dans le cadre du socle commun, les élèves n'ont pas à distinguer formellement le théorème direct et sa réciproque.</p> <p>L'utilisation d'un logiciel de construction géométrique permet de créer des situations d'approche ou d'étude du théorème et de sa réciproque.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, il est attendu des élèves qu'ils sachent, dans des situations d'agrandissement ou de réduction, retrouver des éléments (longueurs ou angles) de l'une des deux figures connaissant l'autre.</p> <p>En ce qui concerne les longueurs, ce travail se fait en relation avec la proportionnalité.</p> <p><i>Cette comparaison entre angle inscrit et angle au centre permet celle de deux angles inscrits sur un même cercle interceptant le même arc.</i></p>
<p><b>3.2 Configurations dans l'espace</b> Problèmes de sections planes de solides.</p> <p>Sphère, centre, rayon.</p> <p>Sections planes d'une sphère.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête.</p> <p>- Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe.</p> <p>- Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.</p> <p>- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan.</p> <p>- Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.</p> <p>- Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.</p>	<p>L'utilisation de logiciels de géométrie dans l'espace permet de conjecturer ou d'illustrer la nature des sections planes.</p> <p>C'est aussi l'occasion de faire des calculs de longueur et d'utiliser les propriétés rencontrées dans d'autres rubriques ou les années antérieures. Les élèves sont également confrontés au problème de représentation d'objets à 3 dimensions, ainsi qu'à celle de la représentation en vraie grandeur d'une partie de ces objets dans un plan (par exemple : section plane, polygone déterminé par des points de l'objet...).</p> <p>Les grands cercles de la sphère et les couples de points diamétralement opposés sont mis en évidence.</p> <p><i>Le fait que le centre du cercle d'intersection est l'intersection du plan et de la perpendiculaire menée du centre de la sphère à ce plan est admis.</i> <i>Le cas particulier où le plan est tangent à la sphère est également étudié.</i></p> <p>Aucune difficulté n'est soulevée sur ces représentations. Le rapprochement est fait avec les connaissances que les élèves ont déjà de la sphère terrestre, notamment pour le repérage sur la sphère à l'aide des méridiens et des parallèles.</p>

#### 4. Grandeurs et mesures

Les situations mettant en jeu des grandeurs sont souvent empruntées à la vie courante (aires de terrains, volumes de gaz, de liquides, vitesses, débits, coûts, ...) mais aussi à d'autres disciplines, notamment scientifiques, et permettent l'interaction entre les mathématiques et d'autres domaines. Les activités de comparaison d'aires d'une part, et de volumes d'autre part, de figures ou d'objets

obtenus par agrandissement ou réduction, sont, en particulier, autant d'occasions de manipulations de formules et de transformations d'expressions algébriques. Comme dans les classes précédentes, l'utilisation d'unités dans les calculs sur les grandeurs est légitime. Elle est de nature à en faciliter le contrôle et à en soutenir le sens.

#### Objectifs

*La résolution de problèmes a pour objectifs*

- d'entretenir et de compléter les connaissances et les raisonnements relatifs aux calculs d'aires et volumes,
- d'étudier des situations dans lesquelles interviennent des grandeurs composées (produit ou quotient), notamment du point de vue des changements d'unités.

Connaissances	Capacités	Commentaires
<p><b>4.1 Aires et volumes</b> Calculs d'aires et volumes.</p> <p>Effet d'une réduction ou d'un agrandissement.</p>	<p>- Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.</p> <p>- Calculer le volume d'une boule de rayon donné.</p> <p>- Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement ou une réduction de rapport <math>k</math>,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• l'aire d'une surface est multipliée par <math>k^2</math>,</li> <li>• le volume d'un solide est multiplié par <math>k^3</math>.</li> </ul>	<p>Il s'agit aussi d'entretenir les acquis des années précédentes : aires des surfaces et volumes des solides étudiés dans ces classes.</p> <p>Dans le cadre du socle commun, les surfaces dont les aires sont à connaître sont celles du carré, du rectangle, du triangle, du disque et les solides dont les volumes sont à connaître sont le cube, le parallélépipède rectangle, le cylindre droit et la sphère.</p>
<p><b>4.2 Grandeurs composées, changement d'unités</b></p> <p>Vitesse moyenne.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.</p>	<p>Plusieurs grandeurs produits et grandeurs dérivées peuvent être utilisées : passagers <math>\times</math> kilomètres, kWh, euros/kWh, <math>m^3/s</math> ou <math>m^3 \cdot s^{-1}</math>, ...</p> <p>Les changements d'unités s'appuient, comme dans les classes antérieures, sur des raisonnements directs et non pas sur des formules de transformation.</p> <p>Dans le cadre du socle commun la capacité ne porte que sur des situations de la vie courante, sur des unités et des nombres familiers aux élèves.</p>