NOM : …………………….	EVALUATION DE MATHEMATIQUES	09/2016
PRENOM :………………..	TEST DE RENTREE CORRECTION	
TS	Durée : 1 heure	

Exercice 1 (3 points) :

Q.C.M. ***Aucune justification n'est demandée***

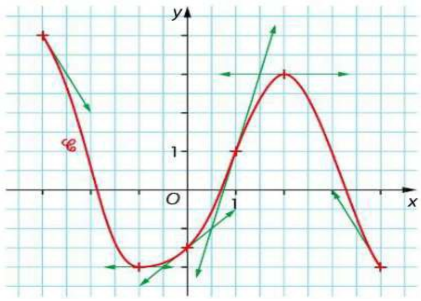
Pour chaque question une seule réponse est correcte. Entourer la bonne réponse.

Barème : 0,5 point pour une bonne réponse, -0,25 point pour une réponse fausse.

Réponse	A	B	C	D
Partie A : On connaît le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur $[-3\ ;\ 7]$.				

x	-3		-1		5		7
$var\ f$	4	↘	-2	↗	6	↘	0

	A	B	C	D
1. On peut affirmer que :	$f'(5) = 6$	$f'(5) = 0$	$f(6) = 3$	$f'(6) > 0$
2. $f'(x) = 0$ a pour ensemble solution	$\{-1\ ;\ 5\}$	$\{\ 7\}$	$\{-3;-1\ ;\ 5;7\}$	On ne peut pas savoir
Partie B : Lecture graphique. On considère dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$ la courbe C d'une fonction g dérivable sur $[-3\ ;\ 4]$.				



	A	B	C	D
3. $g'(1) =$	-1	1	2	4
4. $g'(2) =$	-2	-1	0	1
Partie C : On considère dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$, les points A(1 ; 1) ; B(3 ; 2) et C(4 ; 8).				
5. $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ est égal à	-8	12	8	-12
6. La droite (d) de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$ et passant par A a pour équation cartésienne :	$x - 2y + 1 = 0$	$x - 2y - 3 = 0$	$2x + y - 3 = 0$	$2x + y + 1 = 0$

Exercice 2 (5,5 points) :

Une urne contient dix boules dont six rouges. On tire quatre boules l'une après l'autre en remettant à chaque fois la boule tirée dans l'urne. Cela constitue un prélèvement. Soit X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement, associe le nombre de boules rouges obtenues.

1. Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser les paramètres de cette loi.

On répète 4 fois (n=4) la même expérience (tirage avec remise) de façon indépendante, d'événement succès S : « la boule prélevée est rouge », de probabilité p= 0,6. X est la variable aléatoire comptant le nombre de succès, elle suit donc une loi binomiale de paramètres (4;0,6) .

2. Calculer P(X=1) puis P(X ⩽2).

En utilisant la formule P(X=k) = $\binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$: P(X = 1) = $\binom{4}{1} \times 0{,}6 \times 0{,}4^3 = 4 \times 0{,}6 \times 0{,}4^3$ =0,1536

P(X ⩽ 2) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2) = $0{,}4^4 + 4 \times 0{,}6 \times 0{,}4^3 + \binom{4}{2} \times 0{,}6^2 \times 0{,}4^2$ =0,5248

Autre méthode : En utilisant directement la calculatrice : P(X = 1) = BinomFdP(6,0.6,1) ≈0,1536

P(X ⩽ 2) = BinomFRep(6,0.6,2) = 0,5248 .

1. Calculer E(X) puis V(X). Donner une interprétation de E(X).

E(X) = np = 4 ×0,6 = 2,4 V(X) = np(1–p)= 4 ×0,6 ×0,4 = 0,96
Si on effectue un grand nombre de fois cette expérience de 4 tirages, on obtiendra en moyenne 2,4 boules rouges par expérience.

Exercice 3 (7 points) :

Soit f définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+4x-1}{x-1}$ et (C) sa courbe représentative.
On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}-\{1\}$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Calculer f' et montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

$f = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = x^2+4x-1$ et $v(x) = x - 1$, donc $u'(x) = 2x + 4$ et $v'(x) = 1$.

Donc $f' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$, soit $f'(x) = \dfrac{(2x+4)(x-1)-(x^2+4x-1)}{(x-1)^2} = \dfrac{2x^2-2x+4x-4-x^2-4x+1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

2. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse 2.
   (T) est une droite de coefficient directeur $f'(2)$ car f est dérivable en 2.

   $f'(2) = \dfrac{2^2-2\times2-3}{(2-1)^2}$ = -3. Ainsi (T) : $y = -3x + b$ et A(2 ; $f(2)$) ∈(T) (avec $f(2) = \dfrac{2^2+4\times2-1}{2-1}$ = 11)
   Donc 11 = -3× 2 + b, soit b = 17. Ainsi (T) a pour équation $y = -3x + 17$.
3. a) Résoudre $x^2-2x-3=0$.
   Le polynôme x^2-2x-3 a pour discriminant $\Delta=(-2)^2-4\times(-3)=16$. Δ >0, donc ce polynôme admet deux racines réelles distinctes : $x_1=\dfrac{2-\sqrt{16}}{2}=-1$ et $x_2=\dfrac{2+\sqrt{16}}{2}=3$. Ainsi $\mathscr{S}$ = {-1 ; 3}.

   b) Établir le tableau de variation de f.
   $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ et $(x-1)^2>0$ sur $\mathbb{R}-\{1\}$ donc $f'(x)$ a le même signe que x^2-2x-3 .
   Ce dernier polynôme est négatif (« signe de -a ») entre ses racines (-1 et 3). On obtient donc :

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	–	‖	–	0	+	
$f(x)$		↗		↘	‖	↘		↗	

   c) Préciser les extremums locaux de f.

Maximum local atteint en x = -1 : $f(-1) = \dfrac{1-4-1}{-2}=2$; Minimum local atteint en x = 3 : $f(3) = \dfrac{9+12-1}{2}=10$

Exercice 4 (3 points):

Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Géométriques ? Ni l'un ni l'autre ?
Lorsqu'elles sont arithmétiques ou géométriques, on précisera le premier terme et la raison.

1. $u_n=4n-3$, $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = 4(n+1) -3 -4n +3 = 4$: (u_n) est arithmétique de raison 4 et $u_0 = -3$.
2. $u_n=n^2$, $n\in\mathbb{N}$

$u_0 = 0$; $u_1 = 1$; $u_2 = 4$ donc $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$: (u_n) n'est pas arithmétique ; par ailleurs comme $u_0 = 0$, si (u_n) était géométrique, u_1 serait aussi nul, ce qui n'est pas le cas. (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 5 (1,5 points):

On considère l'algorithme ci-dessous :

Variables	N un entier naturel U un nombre réel
Début	N prend la valeur 0 U prend la valeur 20
Traitement	Tant que U > 5 faire N prend la valeur N+1 U prend la valeur U × 0,8 Fin Tant que
Sortie	Afficher N

1. Appliquer cet algorithme à la main, en recopiant ce tableau sur votre copie (rajouter des colonnes si nécessaire).

N	0	1	2	3	4	5	6	7
U	20	16	12,8	10,24	8,192	6,5536	5,24288	4,194304

2. Qu'affiche l'algorithme en sortie ?
Il affiche 7. (Cela correspond au rang n à partir duquel $u_n \leqslant 5$.)

Barème :

Ex1 : 3 pts

6 x 0,5 pt

Ex2 : 5,5 pts

1) **1 + 0,5**
2) **2 x 1 pt**
3) **2 x0,75 pt + 0,5 pt**

Ex3 : 7 pts

1. **1,5 pts**
2. **1,5 pts (** 0,5 calcul de f '(2) **)**
3. **a. 1,5 pts**

   b. 1,5 pts (1 sg de f ', 0,5 sens de var, ~~0,5 images~~**)**

   c. 1 pt

Ex4 : 3 pts

1. 1,5 pts   2. 1,5 pts

Ex5 : 1,5 pts

1. **1pt**
2. **0,5 pt**