Chapitre 4 – Ecriture fractionnaire
- Cours -

I. Simplification de fractions

Propriété : On ne change pas une fraction lorsqu'on **multiplie** ou qu'on **divise le numérateur et le dénominateur** par un **même nombre**.

$$\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b} \quad \textbf{et} \quad \frac{a \div c}{b \div c} = \frac{a}{b}$$

Exemples : Simplifier les fractions suivantes.

$$\frac{12}{18} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{2}{6} \qquad \frac{35}{49} = \frac{7 \times 5}{7 \times 7} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{132}{198} = \frac{12 \times 11}{18 \times 11} = \frac{12}{18} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{2}{6}$$

Exercice : Réduire au même dénominateur (transformer la ou les fraction(s) afin qu'elles aient le même dénominateur).

1) $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{6}$: $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6}$ et $\frac{5}{6}$

2) $\frac{7}{4}$ et 3 : $\frac{7}{4}$ et $\frac{3}{1} = \frac{3 \times 4}{1 \times 4} = \frac{12}{4}$

3) $\frac{4}{7}$ et $\frac{35}{56}$: $\frac{4}{7} = \frac{4 \times 8}{7 \times 8} = \frac{32}{56}$ et $\frac{35}{56}$

4) $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$: $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$ et $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$

II. Comparaison de fractions

Réduire des fractions au même dénominateur va nous permettre de les comparer plus facilement. Dans ce cas, il suffit de comparer les numérateurs.

Exemple : **1)** Comparer $\frac{17}{12}$ et $\frac{3}{2}$

$$\frac{17}{12} \text{ et } \frac{3}{2} = \frac{3 \times 6}{2 \times 6} = \frac{18}{12}$$

Or $\frac{17}{12} < \frac{18}{12}$

Donc $\frac{17}{12} < \frac{3}{2}$

2) Comparer $\frac{4}{5}$ et $\frac{27}{35}$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35} \text{ et } \frac{27}{35}$$

Or $\frac{28}{35} > \frac{27}{35}$

Donc $\frac{4}{5} > \frac{27}{35}$

III. Opérations sur les opérations

1. Addition et soustraction

Règle : Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient **le même dénominateur.** Dans ce cas, on additionne ou on soustrait les numérateurs sans changer les dénominateurs.

Exemples :

1) $\frac{7}{5} + \frac{21}{25} = \frac{7\times5}{5\times5} + \frac{21}{25} = \frac{35}{25} + \frac{21}{25} = \frac{46}{25}$

2) $\frac{45}{56} - \frac{4}{7} = \frac{45}{56} - \frac{4\times8}{7\times8} = \frac{45}{56} - \frac{32}{56} = \frac{17}{56}$

3) $\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{7}{10}$

$= \frac{1\times5}{2\times5} + \frac{4\times2}{5\times2} + \frac{7}{10}$

$= \frac{22}{10}$

$= \frac{11\times2}{5\times2}$

$= \frac{11}{5}$

2. Multiplication

Règle : Pour multiplier deux fractions, il suffit de multiplier entre eux les numérateurs puis les dénominateurs.

Exemples :

1) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2\times3}{5\times7} = \frac{6}{35}$

2) $\frac{8}{7} \times \frac{9}{4} = \frac{8\times9}{7\times4} = \frac{72}{28} = \frac{18\times4}{7\times4} = \frac{18}{7}$

Remarque : Dans certain cas, il faut essayer de simplifier les calculs avant de faire les multiplications.

Exemples :

1) $\frac{8}{7} \times \frac{9}{4} = \frac{8\times9}{7\times4} = \frac{2\times4\times9}{7\times4} = \frac{18}{7}$

2) $\frac{21}{4} \times \frac{8}{35} = \frac{21\times8}{4\times35} = \frac{3\times7\times4\times2}{4\times7\times5} = \frac{6}{5}$

Applications : **1)** Prendre les trois quarts de 28 se traduit par le calcul :

$$\frac{3}{4} \times 28 = \frac{3\times28}{4} = \frac{3\times4\times7}{4} = 21$$

2) Prendre 45% de 80 se traduit donc par :

$$\frac{45}{100} \times 80 = \frac{45\times80}{100} = \frac{5\times9\times20\times4}{5\times20} = 36$$

Chapitre 4 – Ecriture fractionnaire

- Fiche I : Simplification -

Rappel : On ne change pas une fraction lorsque l'on **multiplie** ou que l'on **divise le numérateur et le dénominateur** par un **même nombre**.

Pour pouvoir **simplifier** une fraction, il s'agit avant tout d'identifier une table de multiplication : il faut trouver dans quelle **table de multiplication** apparaissent l**e numérateur** et **le dénominateur**.

Exemples : **1)** On cherche à simplifier $\frac{12}{15}$

On regarde dans quelle table 12 et 15 apparaissent tous les deux : la table de **3**

$3 \times 4 = 12$ et $3 \times 5 = 15$

Il ne reste plus qu'à remplacer les nombres par leur multiplication et faire "disparaitre" les **3**

$$\frac{12}{15} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5}$$

2) On peut également procéder par **plusieurs** étapes.

$$\frac{24}{32} = \frac{12 \times 2}{16 \times 2} = \frac{12}{16} = \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = \frac{3}{4}$$

ou en **une seule** : $\frac{24}{32} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{3}{4}$ en choisissant la plus grande table

Exercice : En présentant de la même façon, simplifie les fractions suivantes.

$\frac{4}{6} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{9}{12} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$\frac{12}{16} =$

$\frac{20}{25} =$

$\frac{30}{36} =$

$\frac{42}{49} =$

$\frac{40}{56} =$

$\frac{72}{81} =$

$\frac{24}{64} =$

$\frac{36}{48} =$

$\frac{48}{60} =$

$\frac{135}{90} =$

$\frac{150}{175} =$

$\frac{176}{198} =$

Chapitre 4 – Ecriture fractionnaire

- Fiche II : Comparaison -

Présentation : **1)** On ramène les deux fractions au même dénominateur (une seule ou les deux)
2) On compare les nouvelles fractions
3) On remplace les nouvelles fractions par celles du début

Exercice : Compare en modifiant une seule fraction (un dénominateur est multiple de l'autre).

$\frac{3}{4}$ et $\frac{11}{12}$ $\frac{3}{4} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ On a $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ Donc $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{23}{15}$ et $\frac{5}{3}$	$\frac{53}{20}$ et $\frac{13}{5}$
$\frac{7}{6}$ et $\frac{29}{24}$	$\frac{23}{40}$ et $\frac{5}{8}$	$\frac{36}{42}$ et $\frac{5}{6}$

Exercice : Compare en modifiant les deux fractions.

$\frac{5}{4}$ et $\frac{4}{3}$ $\frac{4}{3} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ $\frac{5}{4} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ On a $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ Donc $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{7}{5}$ et $\frac{11}{8}$	$\frac{13}{6}$ et $\frac{15}{7}$

Exercice : Compare les deux fractions suivantes en cherchant **le plus petit** dénominateur commun .

$$\frac{5}{12} \text{ et } \frac{7}{16}$$

Chapitre 4 – Ecriture fractionnaire

- Fiche III : Addition & soustraction -

Règle : Pour additionner ou soustraire deux fractions, il faut qu'elles aient **le même dénominateur**. Dans ce cas là, on additionne ou on soustrait **seulement** les **numérateurs**.

Exercice : Effectue les calculs suivants et simplifie le résultat lorsque c'est possible.

A = $\frac{7}{5} + \frac{7}{10}$	B = $\frac{23}{15} - \frac{2}{3}$	C = $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$
D = $\frac{7}{5} + \frac{21}{25}$	E = $\frac{45}{56} - \frac{4}{7}$	F = $\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{7}{10}$
G = $\frac{6}{7} + 3$ ◀- - - $3 = \frac{3}{1}$	H = $5 - \frac{16}{7}$	I = $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$
J = $\frac{3}{5} - \frac{2}{7}$	K = $\frac{9}{2} + \frac{2}{11}$	L = $\frac{7}{6} + \frac{5}{4}$

Chapitre 4 – Ecriture fractionnaire

- Fiche IV : Multiplication -

Règle : Pour multiplier deux fractions, il suffit de **multiplier entre eux les numérateurs puis les dénominateurs**.

Exercice : Effectue les calculs suivants.

$A = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3}$	$B = \frac{4}{7} \times \frac{2}{3}$	$C = 7 \times \frac{4}{11}$	$D = 9 \times \frac{4}{5}$
$E = \frac{2}{5} \times \frac{9}{5}$	$F = \frac{7}{6} \times \frac{5}{9}$	$G = \frac{7}{10} \times \frac{11}{3}$	$H = \frac{6}{10} \times \frac{1}{5}$

Exercice : Effectue les calculs suivants et **simplifie** le résultat.

$I = \frac{4}{15} \times 5$	$J = \frac{2}{3} \times \frac{5}{-4}$	$K = \frac{3}{7} \times \frac{14}{15}$	$L = \frac{28}{21} \times \frac{6}{4}$

Remarque : Avant de faire les multiplications, on peut essayer de **simplifier** en faisant **apparaitre des nombres identiques au numérateur et au dénominateur**.

Exercice : **Simplifie** avant de faire les multiplications.

$M = \frac{7}{10} \times \frac{15}{2}$	$N = \frac{21}{8} \times \frac{6}{35}$	$O = \frac{21}{15} \times \frac{10}{14}$

Applications : **1)** Calcule les trois quarts de 28.

2) Calcule les 45% de 80.