G.

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;0[\,\cup\,]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}+1$ et la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{4}$.

On note respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ leurs courbes représentatives dans un repère du plan.

1. Montrer que pour tout $x\neq 0$, $f(x)-g(x)=\dfrac{-x^2+3x+4}{4x}$.
   Soit $x\neq 0$.
   $f(x)-g(x)=\dfrac{1}{x}+1-\left(\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{x}{4}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{4-x^2+3x}{4x}=\dfrac{-x^2+3x+4}{4x}$.
2. Étudier la position relative des courbes de f et de g. Justifier.
   On étudie le signe de $f(x)-g(x)=\dfrac{-x^2+3x+4}{4x}$.
   Le trinôme $-x^2+3x+4$ a pour discriminant $\Delta=25>0$, deux racines qui sont -1 et 4.
   Il prend le signe de a (ici $a=-1<0$) à l'extérieur des racines.
   Au dénominateur, $4x=0$ ssi $x=0$ (valeur interdite pour $f(x)-g(x)$).

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$-x^2+3x+4$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$4x$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)-g(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	

Sur $]-\infty;-1]\cup]0;4]$, $f(x)\geqslant g(x)$, donc $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de $\mathscr{C}_g$.
Sur $[-1;0[\cup[4;+\infty[$, $f(x)\leqslant g(x)$, donc $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de $\mathscr{C}_g$.