Exercice 3 — 6 points

Partie A

On considère la fonction définie sur $[0~;~+\infty[$ par $f(x) = 10 + (x-3)\text{e}^x$

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b. Démontrer que $f'(x) = (x-2)\text{e}^x$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   c. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   d. En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

2. **a.** Démontrer que la fonction $G : x \longmapsto (x-4)\text{e}^x$ est une primitive sur $[0~;~+\infty[$ de la fonction $g : x \longmapsto (x-3)\text{e}^x$.

   b. En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

   c. Étudier le sens de variation de F sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

Partie B

Une entreprise fabrique x tonnes d'un certain produit, avec $x \in [0~;~4]$. Le coût marginal de fabrication pour une production de x tonnes est donné par $f(x)$ exprimé en **milliers d'euros**, où f est la fonction définie dans la partie A.

1. Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20 000 euros. On assimile le coût total C à une primitive du coût marginal.

   En utilisant les résultats de la question A 2., déterminer le coût total de fabrication $C(x)$, exprimé en milliers d'euros.

2. L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11 292 euros.

   a. En utilisant la partie A démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11 292 euros. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

   b. Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.

   c. Quel est alors le coût moyen de fabrication ?

   On rappelle que le quotient $\dfrac{C(x)}{x}$ est appelé coût moyen de fabrication pour une production de x tonnes de produit.

EXERCICE 4 **6 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par : $f(x) = (8x+6)\text{e}^{-0,8x}$.

On admet que la dérivée f' de f est donnée pour tout x de l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par : $f'(x) = (-6,4x+3,2)\text{e}^{-0,8x}$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Donner une interprétation graphiquedecettelimite.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.
   Dresser son tableau de variation.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ et donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par $F(x) = -10(x+2)\text{e}^{-0,8x}$ est une primitive de la fonction

Partie B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'objet de cette partie est d'étudier les ventes d'un nouveau baladeur numérique.
On considère que le nombre de baladeurs numériques vendus par un fabricant à partir du début des ventes jusqu'au temps t est donné par $B(t) = \displaystyle\int_0^t f(x)\,\text{d}x$.

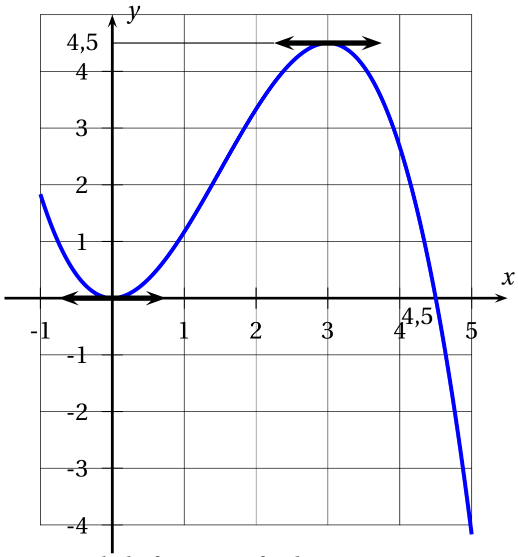
Le temps t est exprimé en année, le début des ventes (correspondant à $t = 0$) étant le 1$^{\text{er}}$ janvier 2000.

Le nombre de baladeurs numériques est exprimé en centaines de milliers.
À l'aide de la partie A, décrire l'évolution du rythme des ventes au cours des années.
En quelle année le nombre de baladeurs vendus dans le courant de l'année est-il devenu inférieur à 100 000 ?

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : pour chaque question, une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si la somme des points de cet exercice est négative, la note est ramenée à* 0.



Les deux parties sont indépendantes.

Première partie

Dans cette partie, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1 ; 5]$ (voir ci-contre). On note f' la dérivée de la fonction f.

1. On peut affirmer que :

Réponse A : $f'(4,5) = 0$;
Réponse B : $f'(3) = 0$;
Réponse C : $f'(3) = 4,5$.

2. Soit F une primitive sur l'intervalle $[-1 ; 5]$ de la fonction f. Alors :

Réponse A : F est décroissante sur l'intervalle $[3 ; 4,5]$;
Réponse B : F présente un minimum en $x = 0$;
Réponse C : F présente un maximum en $x = 4,5$.

Deuxième partie

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $\left]-\infty ; -\frac{1}{3}\right[$ par

$$h(x) = 9 + \ln\left(\frac{3x+1}{x-2}\right).$$

1. Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction h admet pour asymptote la droite d'équation :

   Réponse A : $y = 9$;
   Réponse B : $y = -\frac{1}{3}$;
   Réponse C : $y = 9 + \ln(3)$.

2. Parmi les expressions suivantes de $h(x)$, l'une d'elles est fausse, laquelle ?

   Réponse A : $h(x) = 9 + \ln(3x+1) - \ln(x-2)$;
   Réponse B : $h(x) = 9 + \ln\left(3 + \frac{7}{x-2}\right)$;
   Réponse C : $h(x) = 9 - \ln\left(\frac{x-2}{3x+1}\right)$.

EXERCICE 1 **3 points**

Commun à tous les candidats.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. $e^{-2\ln 3}$ est égal à
   - $\dfrac{2}{3}$
   - $\dfrac{1}{9}$
   - 9
2. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $e^{3x} - 1 \geqslant 0$ est l'intervalle :
   - $[0\ ;\ +\infty[$
   - $[1\ ;\ +\infty[$
   - $\left[\dfrac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$
3. Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = \ln x + 1$ est :
   - $x \longmapsto x\ln x + x$
   - $x \longmapsto x\ln x$
   - $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$
4. Le prix TTC (toutes taxes comprises) d'un article est 299 €. Sachant que le taux de la TVA est de 19,6 %, son prix HT (hors taxes) est :
   - 240,40 €
   - 250 €
   - 279,40 €
5. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B tels que $P(\mathrm{A}) = 0,6$ et $P(\mathrm{B}) = 0,2$. On a alors :
   - $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,8$
   - $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,68$
   - $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,92$
6. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique telle que : $U_0 = 2$ et $U_8 = 32$.
   Sa raison est égale à :
   - $\sqrt{2}$
   - 2
   - 4