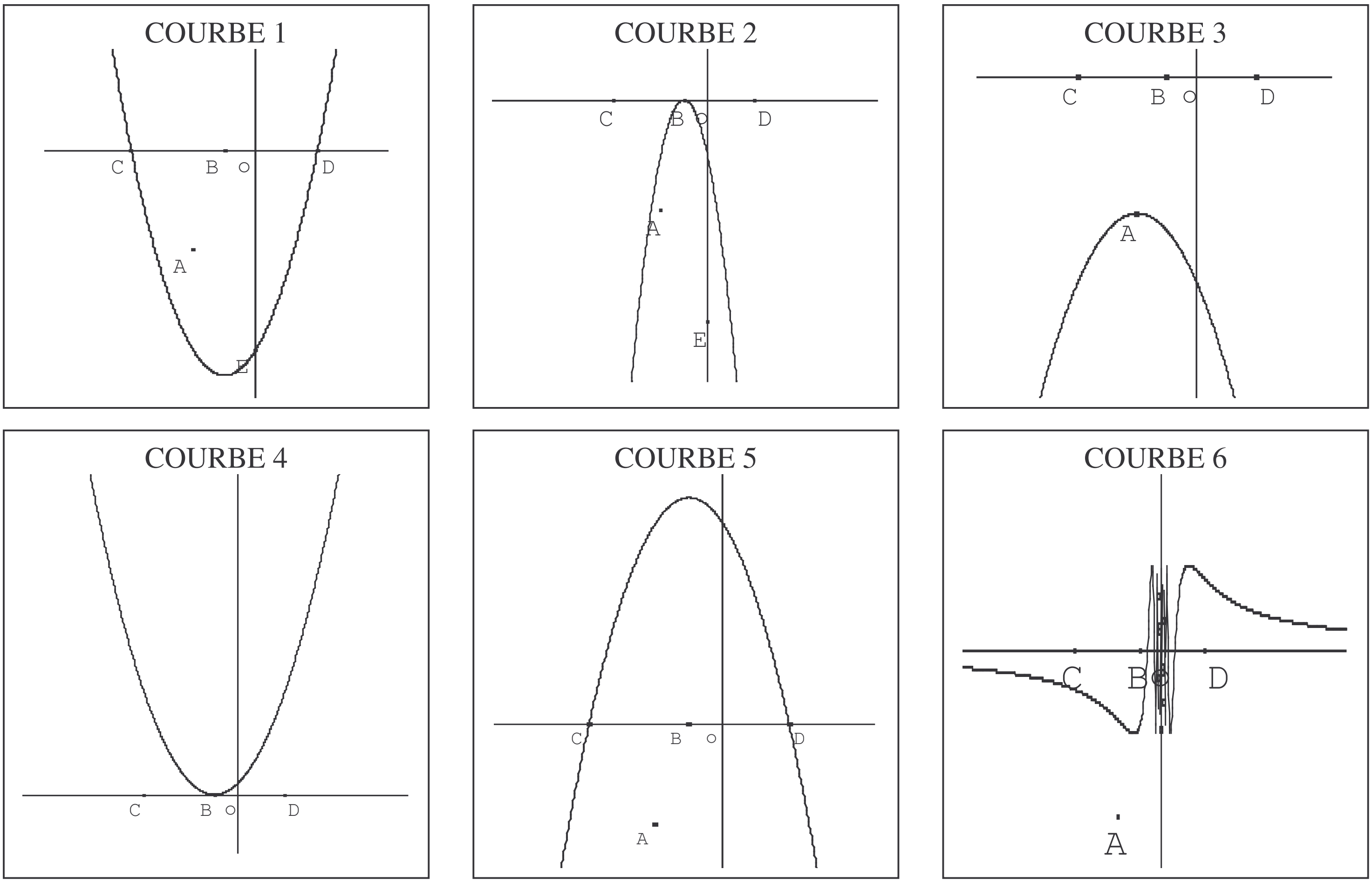
DEVOIR SURVEILLE n ° 2 :

NOM : (*Le barème indiqué est susceptible de changer)*

<u>EXERCICE 1</u> *(4 pts) « …vous aurez bientôt une overdose de paraboles… » (S. Repovic)*

Soit les fonctions définies sur R par $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$, $g(x) = -x^2 - 2x - 3$ et $h(x) = -4x^2 - 4x - 1$.

1. *(1 pt)* Parmi les six courbes ci-dessous figurent les trois courbes des fonctions *f*, *g* et *h*.
En justifiant, associer leur courbe à chaque fonction.(…attention, il y a un piège …)



2. On choisissant dans chaque cas la fonction appropriée :

a. *(1 pt)* Déterminer par le calcul les coordonnées du point A (sommet de la courbe 3). Justifier très brièvement

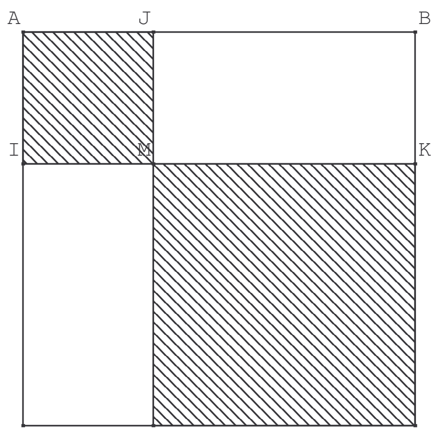
b. *(1pt)* Déterminer par le calcul les coordonnées du point B (intersection des courbes 2 et 4 avec l'axe *(Ox)*)

c. *(1 pt)* Déterminer par le calcul les coordonnées des points C et D.
(intersections des courbes 1 et 5 avec l'axe *(Ox)*)

<u>EXERCICE 2</u> *(6 pts)*

«Dans tout problème il doit y avoir une inconnue. Si tout est connu, il n'y a rien à faire » (G. Polya)

Le carré ABCD est de côté 1.
Lorsque le point I se déplace sur [AD], il détermine deux carrés variables (hachurés). Soit x = AI.



1. *(3 pts)* Pour quelle(s) position(s) de I la somme des aires de ces deux carrés est-elle minimale ?

2. *(3 pts)*Pour quelle(s) position(s) de I la somme des aires de ces deux carrés ne dépasse-t-elle pas $\dfrac{3}{4}$?

EXERCICE 3 *(10 pts)*

…ou le retour d'Ernest Renan : « Le moyen de ne pas varier, c'est de ne pas …………………… »

0. *(0 pt mais …)* Compléter le titre de l'exercice.

Dans cet exercice on admettra que le tableau de variation de la fonction définie sur R par $x \mapsto (x-1)^2$ *est :*

x	$-\infty$		1		$+\infty$
Variations de $x \mapsto (x-1)^2$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

1. *(3 pts)* Soit *f* la fonction définie sur [-5 ; 5] par $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

a. Ecrire *f(x)* sous sa forme canonique.*(1 pt)*
b. Déduire son tableau de variations de celui donné ci-dessus. *(1 pt)*
c. Dresser le tableau de signe de *f*. *(1 pt)*

<u>Remarque :</u> les question **2.** *et* **3.** *sont indépendantes.*

2. *(4 pts)* On considère la fonction *g* définie par $g(x) = \dfrac{1}{-2x^2 + 4x + 6}$ pour $-5 \le x \le 5$.

a. Déterminer l'ensemble de définition de *g*. *(0,5 pt)*
b. Déterminer le ou les intervalles sur lesquelles $-2x^2 + 4x + 6 \le 0$
Déduire alors des variations de *f* le sens de variation de la fonction *g* sur ces intervalles.*(1,5 pts)*
c. Déterminer le ou les intervalles sur lesquelles $-2x^2 + 4x + 6 \ge 0$
Déduire alors des variations de *f* le sens de variation de la fonction *g* sur ces intervalles *(1,5 pts)*
d. Dresser le tableau de variations de *g*. *(0,5 pt)*

3. *(3 pts)* On considère la fonction *h* définie par $h(x) = 1 - \sqrt{-2x^2 + 4x + 6}$ pour $-5 \le x \le 5$.

a. Déterminer l'ensemble de définition de *g*.*(1 pt)*
b. Déduire son tableau de variations de celui de *f*. *(2 pts)*

BONUS : *(2 pts)*

« Si $P(x)$ *est un polynôme du troisième degré et si* λ *est une racine de* $P(x)$ *alors* $P(x)$ *se factorise par* $(x-\lambda)$ *sous la forme* $P(x) = (x-\lambda)Q(x)$ *où* $Q(x)$ *est un polynôme du second degré »*

On considère la fonction k définie sur *R* par $k(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$.

1. Déterminer une racine évidente λ de *k(x).*

2. En déduire une factorisation de *k(x)* sous la forme donnée par le titre de l'exercice. (on déterminera *Q(x)*)

3. En déduire le tableau de signe de *k(x).*