

Chapitre 7 – Calcul littéral

- Cours -

I. Expressions littérales

Une **expression littérale** est une expression où un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres qui représentent des nombres quelconques. Ce sont les **variables**.

Exemples : $3x - 7$ est une expression littérale
Si on pose $x = -5$ alors on a $3x - 7 = 3 \times (-5) - 7 = -15 - 7 = -22$

Soit l'expression $2x^2 - 7x + 1$, on pose $x = 4$
on a alors $2x^2 - 7x + 1 = 2 \times 4^2 - 7 \times 4 + 1$
 $= 2 \times 16 - 28 + 1$
 $= 32 - 28 + 1$
 $= 5$

On peut **réduire** une expression en simplifiant des produits ou en regroupant des termes qui se ressemblent.

Exemples : Réduire les expressions suivantes.

- 1) $7x \times 2x = 7 \times x \times 2 \times x = 7 \times 2 \times x \times x = 14x^2$
- 2) $\underline{4x} + 7 + \underline{11x} + 3 = 15x + 10$
 $\underline{8x} + 7y - \underline{6y} - 20 - \underline{15x} = -7x + y - 20$
- 3) $5x \times (-7x) - 16 + 24x + 9 = -35x^2 - 16 + 24x + 9 = -35x^2 + 24x - 7$

II. Développement et factorisation

1. Rappel

Distributivité : Quels que soient les nombres relatifs a , b et c , on a : $\mathbf{a(b + c) = ab + ac}$

On utilise la distributivité pour **développer** des expressions, c'est-à-dire transformer un produit en somme.

Exercice :

- 1) Développer les expressions suivantes.
 $A = 5(x + 3) = 5 \times x + 5 \times 3 = 5x + 15$
 $B = 7(4 - y) = 7 \times 4 - 7 \times y = 28 - 7y$
 $C = -8(2x^2 + 3) = -8 \times 2x^2 + (-8) \times 3 = -16x^2 - 24$
 $D = -5(7y - 8) = -5 \times 7y - (-5) \times 8 = -35y + 40$
- 2) Factoriser les expressions suivantes.
 $E = 7x - 7 \times 3 = 7(x - 3)$
 $F = 8 \times 6 - 6y = 6(8 - y)$
 $G = 15 - 3x^2 = 3 \times 5 - 3x^2 = 3(5 - x^2)$

2. Conséquences

Lorsqu'une parenthèse est précédée d'un signe $+$, on peut supprimer les parenthèses.

Exemples : $5x + (7 - 8x) = 5x + 7 - 8x = -3x + 7$
 $9 - 4x + (-11x - 3) = 9 - 4x - 11x - 3 = -15x + 6$

Lorsqu'une parenthèse est précédée d'un signe $-$, on supprime les parenthèses et on change tous les signes des nombres qui apparaissent à l'intérieur.

Exemples : $5x - (7 - 8x) = 5x - 7 + 8x = 13x - 7$
 $9 - 4x - (-11x - 3) = 9 - 4x + 11x + 3 = 7x + 12$

3. Double distributivité

Exercice : Développer l'expression suivante.

$$\begin{aligned}(3x + 7)(2x + 5) &= 3x(2x + 5) + 7(2x + 5) \\ &= 3x \times 2x + 3x \times 5 + 7 \times 2x + 7 \times 5 \\ &= 6x^2 + 15x + 14x + 35 \\ &= 6x^2 + 29x + 35\end{aligned}$$

Double distributivité : Quels que soient les nombres relatifs a , b , c et d , on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple : $(2x - 7)(4x - 3) = 2x \times 4x - 2x \times 3 - 7 \times 4x + 7 \times 3$
 $= 8x^2 - 6x - 28x + 21$
 $= 8x^2 - 34x + 21$

Chapitre 7 – Calcul littéral

- Fiche I : Calculs et réduction -

Une **expression littérale** est une expression où un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres qui représentent des nombres quelconques. Ce sont les **variables**.

On ne peut calculer une expression littérale que si on donne une valeur aux différentes variables.

Exercice : Calcule les expressions suivantes pour $x = 3$.

$A = 4x - 8$	$B = 2x^2 - 7x - 11$	$C = (3 - 7x)(2x - 9)$
$A = 4 \times \dots - 8$	$B = 2 \times \dots^2 - 7 \times \dots - 11$	$C = \dots$
$A = \dots - 8$	$B = \dots$	$C = \dots$
$A = \dots$	$B = \dots$	$C = \dots$

Exercice : Calcule les expressions suivantes pour $x = -5$.

$D = 13 - 5x$	$E = 3x^2 - 20x + 23$	$F = x(7 - x)$
$D = 13 - 5 \times (\dots)$	$E = 3 \times (\dots)^2 - 20 \times (\dots) + 23$	$F = \dots$
$D = \dots$	$E = \dots$	$F = \dots$
$D = \dots$	$E = \dots$	$F = \dots$

Si on ne peut pas calculer une expression, on peut toutefois la simplifier en respectant les règles suivantes :

- 1) On ne fait pas apparaître les multiplications devant une parenthèse ou une variable
- 2) On regroupe les termes comprenant les mêmes lettres à la même puissance

Exemples :

- 1) $7x \times 2x = 7 \times x \times 2 \times x = 7 \times 2 \times x \times x = 14x^2$
- 2) $4x + 7 + 11x + 3 = 15x + 10$

Exercice : Applique la règle 1).

$2 \times a + 9$	$12 - 7 \times 2 \times t$	$8 \times a + b \times 9 - 13$	$7 \times (6 - 2 \times g \times 9)$
$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$
$y \times 7 \times y + 13$	$9 \times p \times p \times p + r \times r$	$(7 \times d - 8) \times (6 \times 7 - d)$	$8 \times m \times 5 \times m - m$
$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$

Exercice : Applique la règle 2).

$8z + 9 - 15z - 31$	$2x - 7y + 6x + 8z - 11y + 9$	$8x^2 + 12x - 9x^2 + 27$
$= \dots$	$= \dots$	$= \dots$
$23x^2 - 11x^3 + 9x^2 + 19x$	$7z - 14z^2 + z + 9 + 9z^2$	
$= \dots$	$= \dots$	

Chapitre 7 – Calcul littéral

- Fiche II : Développement et factorisation -

On utilise la formule de distributivité pour **développer** des expressions littérales :

Exemple : $3 \times (x + 5) = \underline{3 \times x} + \underline{3 \times 5} = 3x + 15$

Exercice : En suivant l'exemple, développe les expressions suivantes et réduis-les.

a) En faisant une étape.

$A = 5 \times (9 + 4x)$	$B = y \times (7 - 3y)$	$C = 2w \times (11w + 14)$
$A = \dots \times \dots + \dots \times \dots$	$B = \dots \times \dots - \dots \times \dots$	$C = \dots$
$A = \dots$	$B = \dots$	$C = \dots$

b) Sans l'étape intermédiaire.

$D = 11(7 - 3a)$	$E = p(9 - 4p)$	$F = 6c(7c - 8)$
$D = \dots$	$E = \dots$	$F = \dots$

Lorsque le nombre à distribuer est négatif, on cherche d'abord à régler le problème des signes.

Exemple :

$$\begin{array}{c} \text{négatif} \times \text{positif} = \text{négatif} \\ \downarrow \\ -3 \times (x - 5) = -3x + 15 \\ \uparrow \\ \text{négatif} \times \text{négatif} = \text{positif} \end{array}$$

Exercice : Un élève a développé des expressions sans mettre les signes, rajoute-les.

$G = -9(7x + 6)$	$H = -y(5 - 6y)$	$I = -8s(-6 - 7s)$
$G = \dots 63x \dots 54$	$H = \dots 5y \dots 6y^2$	$I = \dots 48s \dots 56s^2$

Exercice : Développe les expressions suivantes (en une étape) et réduis si c'est nécessaire.

$J = -2(5x - 1)$	$K = -z(-5 + z)$	$L = -4x(7 - 9x)$
$J = \dots$	$K = \dots$	$L = \dots$
$M = -3(4u^2 + 2u - 7)$	$N = -8(3z - 5) + 15z$	$O = -y(6 - 3y) + 14y + 9$
$M = \dots$	$N = \dots$	$O = \dots$

On peut également chercher à **factoriser** une expression (faire apparaître des parenthèses).

Exemple : $(7 \times) x + (7 \times) 9 = 7 \times (x + 9)$

Exercice : Factorise les expressions suivantes.

$P = 3 \times x + 3 \times 9$	$Q = 9 \times 7 - z \times 9$	$R = r \times 5 - 6 \times r \times 3$
$P =$	$Q =$	$R =$

Lorsqu'il n'y a pas de facteurs identiques, on les fait apparaître.

$S = 15 + 3x$	$T = 8z - 16$	$U = -5y - 15$
$S = \dots \times \dots + \dots \times \dots$	$T = \dots \times \dots - \dots \times \dots$	$U = \dots$
$S = \dots$	$T = \dots$	$U = \dots$

Chapitre 7 – Calcul littéral

- Fiche III : Double distributivité -

On cherche à développer le produit suivant : $(a + b)(c + d)$

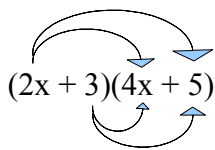
$$(a + b)(c + d) = a \times (\dots\dots\dots) + b \times (\dots\dots\dots)$$

on distribue la seconde parenthèse à la première

$$= a \times \dots\dots + a \times \dots\dots + b \times \dots\dots + b \times \dots\dots$$

on distribue le "a" à la première parenthèse puis de "b" à la seconde

$$= \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$$

Exemple :  $(2x + 3)(4x + 5) = \underline{2x \times 4x} + \underline{2x \times 5} + \underline{3 \times 4x} + \underline{3 \times 5} = 8x^2 + 10x + 12x + 15$

Exercice : Développe les expressions suivantes.

$$(1 + x)(x + 1)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(x + 2)(x + 3)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(2x + 1)(x + 5)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

Exercice : Un élève a développé des expressions sans mettre les signes, rajoute-les.

$$(x + 4)(x - 2)$$

$$= \dots\dots x^2 \dots\dots 2x \dots\dots 4x \dots\dots 8$$

$$(9 - 2x)(4 - x)$$

$$= \dots\dots 36 \dots\dots 9x \dots\dots 8x \dots\dots 2x^2$$

$$(-2a - 4)(3a - 5)$$

$$= \dots\dots 6a^2 \dots\dots 10a \dots\dots 12a \dots\dots 20$$

$$(x + 3)(x + 2)$$

$$= \dots\dots x^2 \dots\dots 2x \dots\dots 3x \dots\dots 6$$

Exercice : Développe les expressions suivantes.

$$(2a + 4)(3a - 5)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(3x - 7)(1 - 4x)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(-9x - 3)(11 - 4x)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(-6 - 7y)(11 + 6y)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(5 - z)(-4z + 7)$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$(3 + x)(-6 - 2x^2)$$

$$= \dots\dots\dots$$