

EXERCICE 1**6 points**

Le tableau suivant, extrait d'une feuille de tableur, indique le nombre d'habitants de l'unité urbaine de Paris (source : INSEE) pour les quatre années 1968, 1990, 1999 et 2006.

	A	B	C	D	E
1	Année	1968	1990	1999	2006
2	Rang de l'année x	0	22	31	38
3	Population y	8 368 500	9 318 821	9 644 507	10 142 983

Partie I

1. La formule entrée dans la cellule C2 pour obtenir par recopie vers la droite, le rang de l'année est :

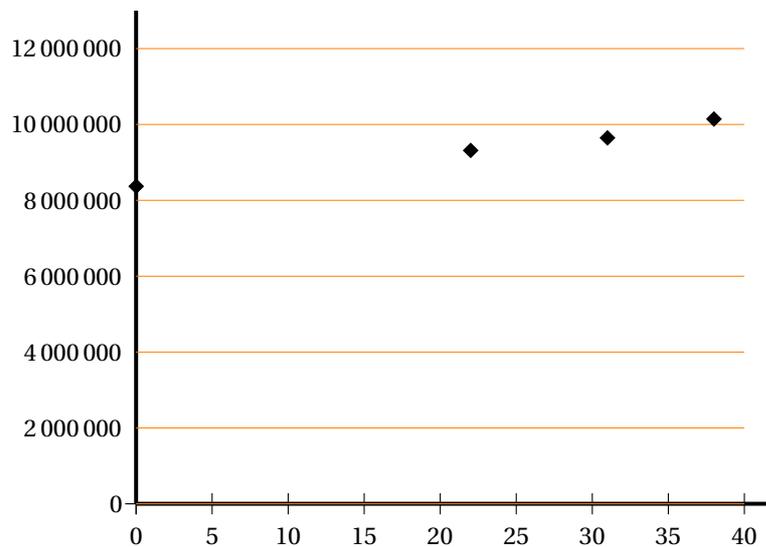
a. =C1 - B1	b. =C1 - \$B\$1	c. = \$C\$1 - B1	d. =1990 - 1968
-------------	-----------------	------------------	-----------------

Dans les questions suivantes, on exprimera les résultats en pourcentages arrondis à 0,1 %.

2. Quel est le taux d'évolution global de cette population entre 1968 et 2006 ?
 3. Quel est le taux d'évolution annuel moyen de cette population entre 1968 et 2006 ?

Partie II

On a représenté dans un repère le nuage de points représentant la population y en fonction du rang de l'année x :



1. On envisage un ajustement affine de ce nuage de points. En utilisant la calculatrice, indiquer une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à l'entier).
 2. Dans la suite de l'exercice, on utilisera comme ajustement affine du nuage la droite d'équation $y = 45000x + 8344100$. On suppose cet ajustement valable jusqu'en 2020.
 a. Quelle serait la population de l'unité urbaine de Paris en 2012 ?
 b. En quelle année la population de l'unité urbaine parisienne dépasserait-elle 11 millions d'habitants ?

Partie I

1. La formule entrée dans la cellule C2 pour obtenir par recopie vers la droite, le rang de l'année est :

a. =C1-B1	b. (=C1-\$B\$1)	c. =C\$1-B1	d. =1990-1968
----------------------	-----------------	------------------------	--------------------------

Dans les questions suivantes, on exprimera les résultats en pourcentages arrondis à 0,1 %.

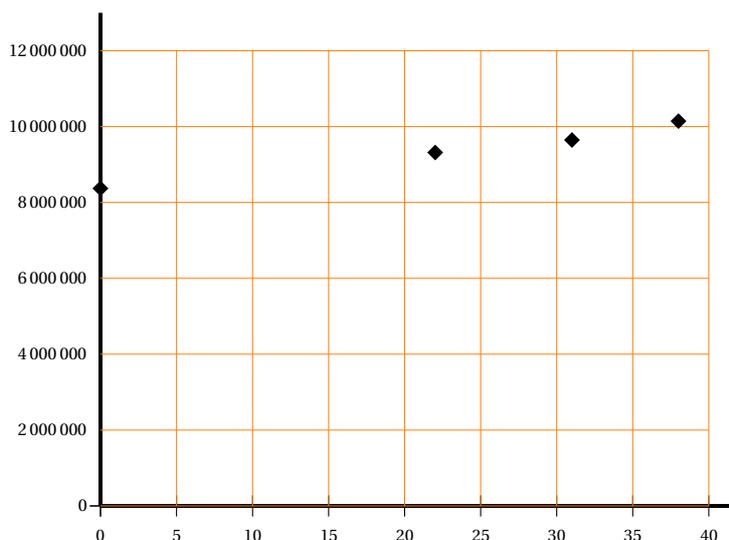
2. Calculons le taux d'évolution global de cette population entre 1968 et 2006. Le taux global d'augmentation entre 1968 et 2006 est

$$\frac{\text{valeur 2006} - \text{valeur 1968}}{\text{valeur 1968}} = \frac{10\,142\,983 - 8\,368\,500}{8\,368\,500} \approx 0,212 \approx 21,2\%$$

3. Calculons le taux d'augmentation annuel moyen de cette population entre 1968 et 2006. Entre 1968 et 2006, il y a eu trente huit augmentations. Si t est le taux d'augmentation moyen annuel alors $(1 + t)^{38} = 1,212$; Il en résulte $t = 1,212^{\frac{1}{38}} - 1 \approx 0,005 \approx 0,5\%$

Partie II

On a représenté dans un repère le nuage de points représentant la population y en fonction du rang de l'année x :



1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite \mathcal{D} qui réalise un ajustement affine du nuage de points $(x_i ; y_i)$ obtenu par la méthode des moindres carrés est $y = 45\,038x + 8\,344\,079$
2. On considère comme ajustement affine du nuage la droite d'équation $y = 45\,000x + 8\,344\,100$. On suppose cet ajustement valable jusqu'en 2020.
 - a. En utilisant la droite \mathcal{D} , déterminons une estimation de la population de l'unité urbaine parisienne en 2012. Le rang est 44. $y = 45\,000 \times 44 + 8\,344\,100 = 10\,324\,100$.
Une estimation de la population de l'unité urbaine parisienne en 2012 est de 10 324 100 habitants.
 - b. Déterminons en quelle année la population de l'unité urbaine parisienne dépassera les 11 millions d'habitants. Donnons à x différentes valeurs et remplaçons les dans l'équation de la droite. Nous trouvons pour $x = 59$, 10 999 100 et pour $x = 60$, 11 044 100.
En 2028, la population de l'unité urbaine parisienne dépassera les 11 millions d'habitants.

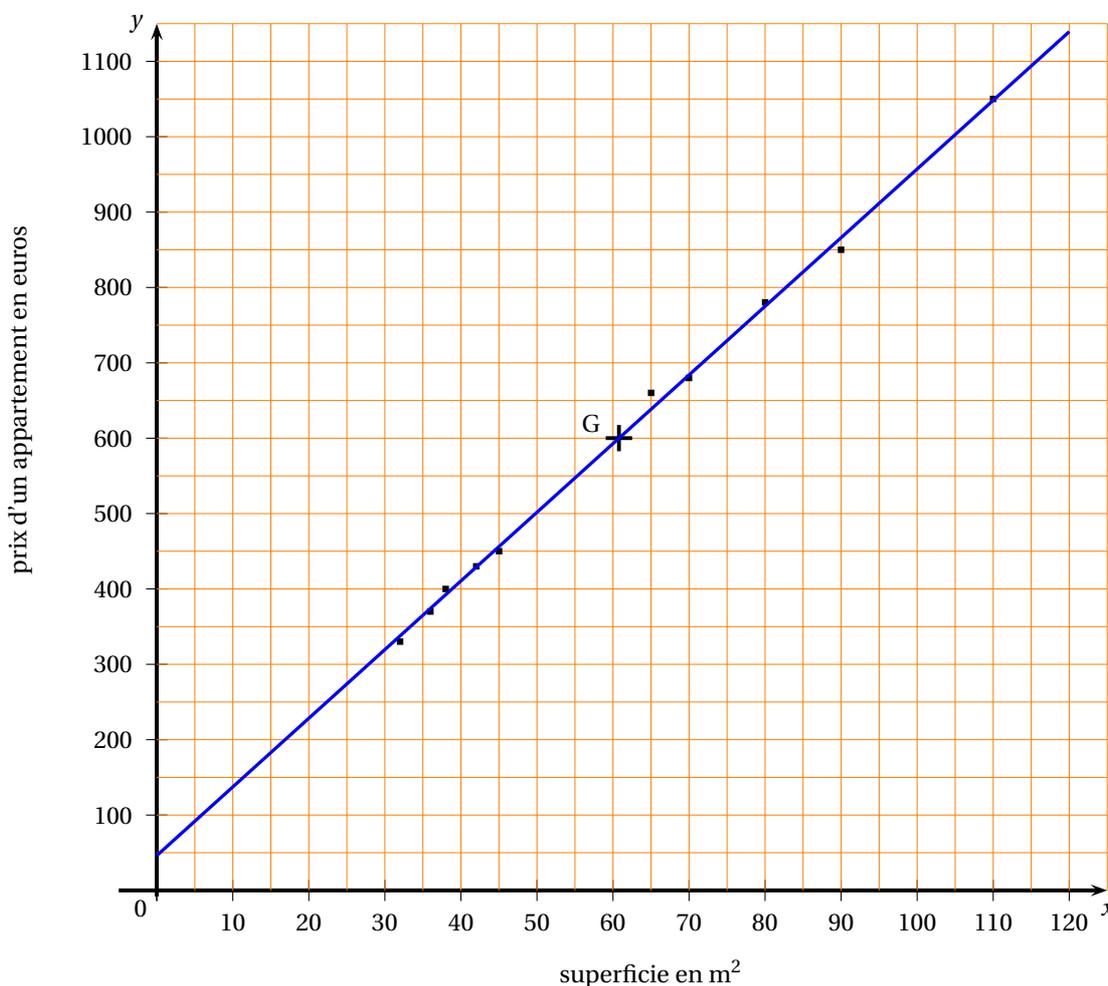
EXERCICE 2

Le tableau suivant donne la superficie et le prix de dix appartements anciens vendus récemment dans le centre d'une petite ville :

Superficie (en m ²) : x_i	32	36	38	42	45	65	70	80	90	110
Prix (en centaines d'euros) : y_i	330	370	400	430	450	660	680	780	850	1050

- Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$ associé aux informations ci-dessus.
On adoptera les unités graphiques suivantes :
 - sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 10 m² ;
 - sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 centaines d'euros.
- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer dans le repère
- Donner une équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients au centième).
- Dans cette question, on utilisera l'équation obtenue dans la question 3 pour faire des estimations de prix et de surface.
 - Estimer (à la centaine d'euros près) le prix d'un appartement de 150 m².
 - Estimer (au mètre carré près) la surface d'un appartement coûtant 160 000 euros.

Corrigé



2. Calculons les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Les coordonnées de G sont $(\bar{x} ; \bar{y})$

$$\bar{x}_G = \frac{32 + 36 + \dots + 90 + 110}{10} = 60,8 \quad \bar{y}_G = \frac{330 + 370 + \dots + 850 + 1050}{10} = 600 \quad G(60,8 ; 600) \text{ est placé sur le graphique précédent.}$$

- Une équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 9,11x + 46,20$.
- Dans cette question, on utilisera l'équation obtenue dans la question 3 pour faire des estimations de prix et de surface.
 - Pour donner une estimation (à la centaine d'euros près) du prix d'un appartement de 150 m², remplaçons x par 150.
 $y = 9,11 \times 150 + 46,20 = 1412,70$. Le prix d'un appartement de 150 m² est d'environ 141 300 €.
 - Pour donner une estimation (au mètre carré près) la surface d'un appartement coûtant 160 000 euros, résolvons l'équation $1600 = 9,11x + 46,20$
 $x = \frac{1600 - 46,20}{9,11} \approx 170,56$. Pour un montant de 160 000 €, nous pouvons espérer acheter un appartement d'environ 171 m²