

Étude photo-élastique d'un empilement de dislocations dans LiF coloré⁽¹⁾

PAR B. SCHAEFFER,

Laboratoire de Minéralogie et Pétrographie, Faculté des Sciences, Strasbourg.

Résumé. — Le champ de contraintes créé autour des empilements de dislocations dans les cristaux de LiF irradiés aux rayons *gamma* a été étudié par la photo-élasticité. La topographie des contraintes obtenue a été interprétée à l'aide de la théorie des dislocations en tenant compte des conditions aux limites.

La densité algébrique des dislocations coin est maximale à mi-distance entre chaque face et la fibre neutre. On trouve qu'une telle distribution de dislocations explique le système de contraintes résiduelles apparaissant après la flexion plastique.

I. — INTRODUCTION.

Grâce à leur transparence, les cristaux ioniques se prêtent à l'étude des dislocations par des moyens optiques. La méthode photo-élastique qui a été utilisée révèle le champ de contraintes des empilements de dislocations dans les cristaux cubiques.

Obreimow et Schubnikow (1927) ont été les premiers à photographier les zones biréfringentes le long des plans de glissement dans le sel gemme, déjà observées par Reusch en 1867. Nye, qui avait étudié dès 1949 les bandes biréfringentes dans le chlorure d'argent a été le premier à observer nettement les trois lignes neutres apparaissant dans les éprouvettes fléchies plastiquement (1957). Le système de contraintes résiduelles qui leur correspond avait été prévu théoriquement par Wöhler dans son étude sur la résistance des essieux de wagon (1860).

Nous avons entrepris de retrouver sur le fluorure de lithium les résultats obtenus par les auteurs précédents, mais les contraintes résiduelles étaient faibles, irrégulières et peu reproductibles. Nadeau et Johnston (1961), ayant signalé que la limite élastique du fluorure de

lithium pouvait être considérablement augmentée par irradiation aux rayons γ , nous avons pensé que les contraintes résiduelles dans les cristaux irradiés devaient également être plus fortes. Ces prévisions ont été confirmées (Dupuy et al., 1963). La variation des contraintes au cours de l'effet Bauschinger, obtenu en fléchissant le cristal en sens inverse, a pu être étudiée quantitativement. Après plusieurs déformations alternées successives, on observe que les contraintes résiduelles diminuent par suite de l'apparition de fibres neutres supplémentaires. Récemment, Shaskol'skaja (1965) a retrouvé dans AgCl les deux lignes neutres supplémentaires que nous avons signalées, mais que Sprackling en 1960 n'avait pas vues en étudiant l'effet Bauschinger.

Ces résultats ont été interprétés à l'aide de la théorie de la plasticité. Mais elle ne fait pas intervenir la théorie des dislocations. Read (1957), utilisant les travaux de Nye (1949, 1953) a proposé une théorie de la flexion plastique faisant intervenir les dislocations. Pour interpréter ses expériences, Nye avait considéré théoriquement le cas d'un cristal ne contenant qu'un seul plan de glissement. C'est ce que nous avons essayé d'obtenir expérimentalement.

L'observation au microscope polarisant de cristaux de LiF irradiés, puis ayant subi un léger recuit a montré qu'il était possible d'obtenir des glissements en très petit nombre. Pour

¹ Cet article correspond à une partie du travail de recherches faisant l'objet d'une thèse de Doctorat d'État ès sciences physiques, qui doit être soutenue devant la Faculté des Sciences de Strasbourg en 1966. Numéro d'enregistrement au C. N. R. S. de la thèse : A. O. 1042, à paraître.

éliminer l'effet des copeaux, le recuit a été localisé; on obtient ainsi un plan de glissement unique où sont empilées quelques milliers de dislocations. Nous avons montré comment les contraintes au voisinage immédiat du plan de glissement étaient reliées à la densité algébrique des dislocations coin. Les résultats expérimentaux satisfont assez bien à la relation que la théorie des dislocations permet d'établir entre les composantes σ_{11} et σ_{12} du tenseur des contraintes le long du plan de glissement (Schaeffer et al., 1965). Il restait à étudier la répartition des contraintes dans l'éprouvette toute entière et non plus seulement le long du glissement.

II. — MÉTHODES EXPÉRIMENTALES.

1. Préparation et déformation des éprouvettes.

Les cristaux utilisés provenaient de Harshaw et ont été irradiés aux rayons γ du cobalt 60 (10^7 rad environ) (2). Pour localiser l'apparition du premier plan de glissement dans la partie centrale de l'éprouvette, celle-ci a été entourée de quelques spires d'un fil résistant. On a procédé ainsi à un recuit (vers 250° C environ) qui, par la destruction d'une fraction des centres colorés, abaisse la limite élastique de la zone centrale où la déformation plastique apparaîtra en premier. Nous avons vérifié au microscope polarisant que le contact du cristal et du fil (chauffé au rouge) ne produisait pas de traumatisme important au cristal. Des contraintes résiduelles n'apparaissent que dans les cristaux fortement recuits où la densité des centres colorés n'est plus suffisante pour permettre au cristal de résister aux contraintes thermiques.

La déformation a été faite par flexion en quatre points d'une éprouvette de dimensions $25 \times 2,32 \times 2,80$ mm³. La flexion pure produit une cisson maximale sur les plans faisant un angle de 45° avec l'allongement de l'éprouvette. Les éprouvettes (fig. 1), étant obtenues par clivage suivant des plans $\{100\}$, les plans de glissement (110) et $(\bar{1}\bar{1}0)$ coïncident avec les plans de cisaillement maximum. Le recuit central a permis d'éviter que les glissements ne partent des copeaux. Les courbes effort-déformation montrent une brusque chute de la force

appliquée (1% en valeur relative) lors de l'avalanche des dislocations le long du plan de glissement pour un cisaillement critique de $2,1$ kg/mm². Ceci a pu être détecté grâce à la grande sensibilité de la machine Instron. Le cristal en voie de déformation est observé à l'aide d'un

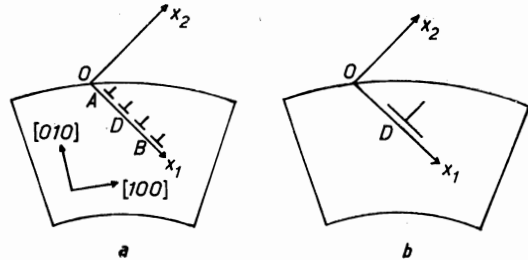


FIG. 1. — Plan de glissement dans un cristal de LiF courbé.

- a) Empilement des dislocations dans un plan (110) .
b) Dislocation géante équivalente.

microscope polarisant monté horizontalement sur la machine. Un enregistrement cinématographique a montré que la vitesse de progression des plans de glissement était de l'ordre de $0,5$ mm/s. L'intersection du plan de glissement et de la surface est marquée par une marche dont la hauteur, mesurée au microscope électronique est voisine du micron.

2. Mesure des contraintes.

La méthode photo-élastique classique est difficilement applicable à nos cristaux. Les retards optiques n'y atteignent pratiquement jamais le premier ordre à cause de leur faible résistance mécanique. De plus, l'existence d'une forte anisotropie des coefficients photo-élastiques rendrait les calculs très complexes, même dans le cas des cristaux cubiques. C'est pourquoi nous avons mis au point une méthode photo-élastique originale (Schaeffer, 1965; Schaeffer et al., 1965) dont nous rappellerons brièvement le principe. Cette méthode est basée sur la mesure des intensités transmises pour deux orientations différentes à travers l'éprouvette placée entre polariseurs croisés. Un photomultiplicateur est monté à la sortie du microscope polarisant. Le courant qu'il débite est enregistré pendant que le cristal subit un mouvement de translation uniforme. Le dépouillement des courbes obtenues donne la distribution des contraintes.

Les polariseurs étant croisés et orientés suivant les directions cristallographiques $[110]$ et

(2) Nous remercions vivement M^{lle} C. Baltzinger, qui a bien voulu irradier les cristaux au Centre Nucléaire de Strasbourg.

[110], parallèlement aux axes de coordonnées Ox_1 et Ox_2 (fig. 1), l'intensité transmise I_1 en un point du cristal est reliée à la contrainte σ_{12} par la formule :

$$\sigma_{12} = \frac{\lambda}{\pi e n^3 (q_{11} - q_{12})} \sqrt{\frac{I_1}{I_0}}$$

On tourne ensuite les polariseurs de 45° et on a de même :

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = \frac{2\lambda}{\pi e n^3 q_{44}} \sqrt{\frac{I_2}{I_0}}$$

I_0 est l'intensité transmise entre polariseurs parallèles. q_{11} , q_{12} et q_{44} sont les coefficients piézo-optiques rapportés aux axes cristallographiques [100] et [010], n est l'indice de réfraction moyen pour la longueur d'onde λ utilisée et e est l'épaisseur du cristal traversée par la lumière, l'état de contrainte étant supposé plan. Signalons enfin que ces formules ne sont valables que dans le cas des faibles retards.

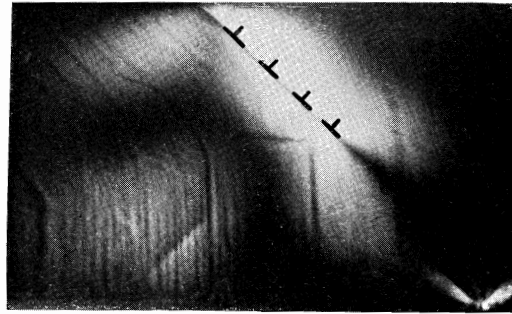
III. — RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

Les contraintes autour d'un empilement de dislocations.

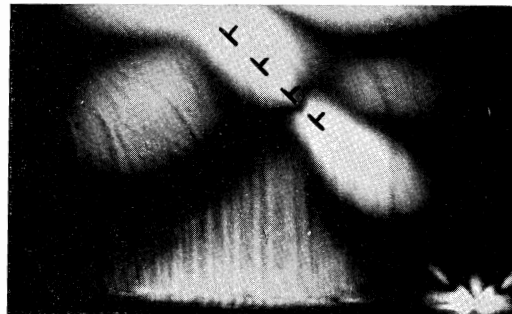
Deux photographies (fig. 2) du cristal observé entre polariseurs croisés donnent une image du champ de contraintes dans le cristal puisque l'intensité lumineuse transmise est proportionnelle au carré de la cisssion $1/2 (\sigma_{11} - \sigma_{22})$ ou σ_{12} , suivant le cas. Pour déterminer le signe des contraintes, on applique une contrainte connue ; la contrainte résiduelle sera de même signe ou de signe opposé à la contrainte appliquée suivant que l'intensité transmise augmente ou diminue. Après étalonnage, on peut utiliser une lame teinte sensible, d'un usage plus commode.

La figure 3 représente les lignes d'égalité contrainte pour $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ et σ_{12} . Rappelons que ces contraintes sont dues à un empilement de dislocations tel que celui représenté sur la figure 1 a. On ne tient compte que des dislocations coin positives qu'on suppose perpendiculaires au plan de la figure, dont le vecteur de Burgers est $[a/2, -a/2, 0]$. En réalité, le plan de glissement contient des dislocations des deux signes, mais en groupant chaque dislocation négative avec une dislocation positive, on trouve que les seules contraintes significatives sont dues aux dislocations excédentaires (positives), qui ne peuvent

être appariées (Nye, 1949). Il n'est pas non plus nécessaire de tenir compte des dislocations vis (Mendelson, 1961). En effet, leur champ de contraintes étant une fonction impaire du rayon vecteur, le retard optique le long d'un rayon



a



b

FIG. 2. — Aspect du cristal au microscope polarisant. Dans le prolongement du plan de glissement, en bas à droite, on remarque le « V » dû à l'un des couteaux. Les stries visibles sur les deux photos sont des marches de clivage.

a) Les polariseurs sont croisés et parallèles aux bords de la figure. Les dislocations sont empilées sur la fine ligne noire qui sépare les deux zones les plus brillantes. On remarque, en bas, à gauche, un glissement en cours de formation ; la perturbation produite reste faible.

b) Les polariseurs sont tournés de 45° par rapport à la position précédente. On ne distinguerait pas la position précise du plan de glissement si elle n'avait pas été marquée par le symbole des dislocations.

lumineux quelconque est nul. On négligera également les dislocations congénitales qui ne produisent pas de biréfringences visibles.

Les axes de coordonnées Ox_1 et Ox_2 étant pris ainsi que l'indique la figure 1, la contrainte σ_{11} représente une traction parallèle à Ox_1 lorsqu'elle est positive, de même pour σ_{12} qui est

éliminer l'effet des copeaux, le recuit a été localisé ; on obtient ainsi un plan de glissement unique où sont empilées quelques milliers de dislocations. Nous avons montré comment les contraintes au voisinage immédiat du plan de glissement étaient reliées à la densité algébrique des dislocations coin. Les résultats expérimentaux satisfont assez bien à la relation que la théorie des dislocations permet d'établir entre les composantes σ_{11} et σ_{12} du tenseur des contraintes le long du plan de glissement (Schaeffer et al., 1965). Il restait à étudier la répartition des contraintes dans l'éprouvette toute entière et non plus seulement le long du glissement.

II. — MÉTHODES EXPÉRIMENTALES.

I. Préparation et déformation des éprouvettes.

Les cristaux utilisés provenaient de Harshaw et ont été irradiés aux rayons γ du cobalt 60 (10^7 rad environ) (2). Pour localiser l'apparition du premier plan de glissement dans la partie centrale de l'éprouvette, celle-ci a été entourée de quelques spires d'un fil résistant. On a procédé ainsi à un recuit (vers 250° C environ) qui, par la destruction d'une fraction des centres colorés, abaisse la limite élastique de la zone centrale où la déformation plastique apparaîtra en premier. Nous avons vérifié au microscope polarisant que le contact du cristal et du fil (chauffé au rouge) ne produisait pas de traumatisme important au cristal. Des contraintes résiduelles n'apparaissent que dans les cristaux fortement recuits où la densité des centres colorés n'est plus suffisante pour permettre au cristal de résister aux contraintes thermiques.

La déformation a été faite par flexion en quatre points d'une éprouvette de dimensions $25 \times 2,32 \times 2,80$ mm³. La flexion pure produit une cisssion maximale sur les plans faisant un angle de 45° avec l'allongement de l'éprouvette. Les éprouvettes (fig. 1), étant obtenues par clivage suivant des plans {100}, les plans de glissement (110) et (1 $\bar{1}$ 0) coïncident avec les plans de cisaillement maximum. Le recuit central a permis d'éviter que les glissements ne partent des copeaux. Les courbes effort-déformation montrent une brusque chute de la force

appliquée (1% en valeur relative) lors de l'avalanche des dislocations le long du plan de glissement pour un cisaillement critique de 2,1 kg/mm². Ceci a pu être détecté grâce à la grande sensibilité de la machine Instron. Le cristal en voie de déformation est observé à l'aide d'un

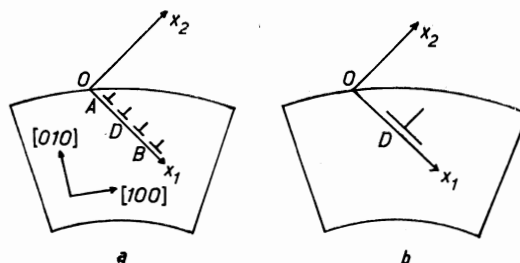


FIG. 1. — Plan de glissement dans un cristal de LiF courbé.

- a) Empilement des dislocations dans un plan (110).
b) Dislocation géante équivalente.

microscope polarisant monté horizontalement sur la machine. Un enregistrement cinématographique a montré que la vitesse de progression des plans de glissement était de l'ordre de 0,5 mm/s. L'intersection du plan de glissement et de la surface est marquée par une marche dont la hauteur, mesurée au microscope électronique est voisine du micron.

2. Mesure des contraintes.

La méthode photo-élastique classique est difficilement applicable à nos cristaux. Les retards optiques n'y atteignent pratiquement jamais le premier ordre à cause de leur faible résistance mécanique. De plus, l'existence d'une forte anisotropie des coefficients photo-élastiques rendrait les calculs très complexes, même dans le cas des cristaux cubiques. C'est pourquoi nous avons mis au point une méthode photo-élastique originale (Schaeffer, 1965 ; Schaeffer et al., 1965) dont nous rappellerons brièvement le principe. Cette méthode est basée sur la mesure des intensités transmises pour deux orientations différentes à travers l'éprouvette placée entre polariseurs croisés. Un photomultiplicateur est monté à la sortie du microscope polarisant. Le courant qu'il débite est enregistré pendant que le cristal subit un mouvement de translation uniforme. Le dépouillement des courbes obtenues donne la distribution des contraintes.

Les polariseurs étant croisés et orientés suivant les directions cristallographiques [110] et

(2) Nous remercions vivement M^{lle} C. Baltzinger, qui a bien voulu irradier les cristaux au Centre Nucléaire de Strasbourg.

parallèle à Ox_2 . L'expression $\sigma_{11}-\sigma_{12}$ est le double du cisaillement sur les plans (100) et (010). La contrainte σ_{12} qui est le cisaillement sur les plans (110) et (110) sera positive si ce cisaillement peut être produit par une traction parallèle à la première bissectrice de Ox_1, Ox_2 . Ce sont les conventions utilisées dans l'expression du champ des contraintes d'une dislocation (Friedel, 1956). On sait que le tenseur des contraintes d'une dislocation coin se compose principalement d'une contrainte σ_{11} , compression du côté des x_2 positifs et traction de l'autre (fig. 1 b). Il s'y superpose un cisaillement σ_{12} positif du côté des x_1 positifs, et négatif de l'autre côté. Ces contraintes diminuent hyperboliquement avec la distance au cœur de la dislocation. Mais le champ de contraintes doit satisfaire aux conditions aux limites. Il faudra en tenir compte pour expliquer les résultats expérimentaux. La valeur de la contrainte à la surface du cristal n'est pas négligeable, même à des distances de l'ordre du millimètre des dislocations (fig. 2).

La méthode photo-élastique ne permet pas de résoudre les dislocations individuelles dans le fluorure de lithium. Cependant des structures ont été observées dans les plans de glissement, mais semblent dues à des amas de dislocations. Ce serait à rapprocher des pôles d'attraction des charges électriques observés le long des plans de glissement au moyen de la xérogaphie (Dupuy et al., 1965 ; Dupuy, 1965). D'autre part, nous avons signalé (Schaeffer et al., 1965) l'existence d'une source de dislocations dans le plan de glissement. Pour simplifier, le cristal choisi ici ne présente pas ce phénomène, la source de dislocations est à la surface. L'inversion du signe de σ_{11} n'est de ce fait pas visible : les dislocations excédentaires sont toutes de même signe. La différence entre les deux types de cristaux provient de la température du recuit, plus basse dans ce dernier cas.

a) Topographie de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$.

La répartition de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ est représentée sur la figure 3 a. La partie supérieure du plan de glissement, où se trouvent les demi-plans supplémentaires est en compression et la partie inférieure en traction, l'axe Ox_1 étant horizontal. La valeur maximale de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ est de près de 3 kg/mm^2 du côté des compressions. Elle est un peu plus faible en dessous du plan de glissement, du côté des tractions. Cette expression change de signe au-delà de la ligne O dont le point le plus rapproché du plan de glissement

en est distant de 0,5 mm. Nye (1949) a étudié théoriquement la variation de la contrainte σ_{11} dans une éprouvette où des dislocations équidistantes sont empilées le long d'une de ses sections droites. Il trouve que la contrainte doit s'annuler et changer de signe à une distance de la rangée de dislocations égale à la moitié de l'épaisseur de l'éprouvette. Il n'avait pu l'observer à cause du grand nombre de plans de glissement présents dans ses échantillons.

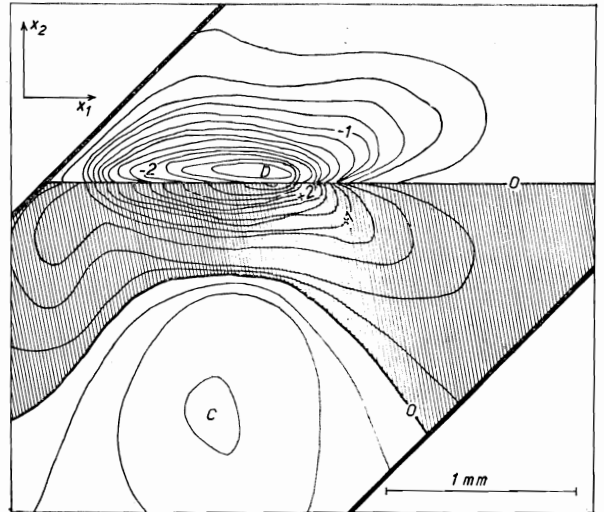


FIG. 3 a. — Topographie de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$. L'équidistance des courbes de niveau est de $0,2 \text{ kg/mm}^2$. Les parties hachurées correspondent aux valeurs positives de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$. Le plan de glissement est horizontal.

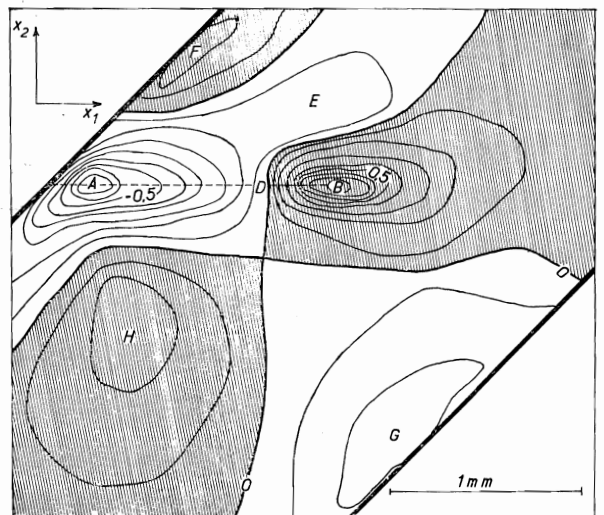


FIG. 3 b. — Topographie de σ_{12} . L'équidistance des courbes est de $0,1 \text{ kg/mm}^2$.

Un maximum de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ apparaît en C, à une distance de 1 mm du plan de glissement. Sa valeur, 0,25 kg/mm², est dix fois plus faible que celle du maximum absolu, en D. On remarquera que la topographie de $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ présente une certaine symétrie par rapport à la médiatrice du segment où sont empilées les dislocations et une antisymétrie par rapport au plan de glissement (fig 4 a). Ces symétries sont évidemment limitées parce que l'ensemble cristal-plan de glissement n'a pas la même symétrie.

b) Topographie de σ_{12} .

Les axes de symétrie du champ de contraintes sont intervertis par rapport au cas précédent (fig 4 b). Les contraintes sont de même signe de

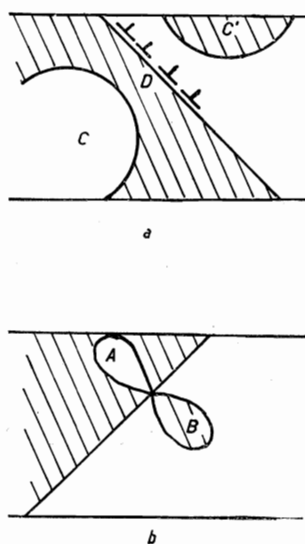


FIG. 4. — Schéma de la distribution des contraintes.

a) $\sigma_{11}-\sigma_{22}$.
b) σ_{12} .

part et d'autre du plan de glissement, alors qu'elles sont de signes opposés de part et d'autre de la médiatrice de l'empilement. Les extrémités A et B de l'empilement sont des points où il y a concentration de la contrainte (fig. 3 b). Le cisaillement se fait en sens contraire en A et B, mais les valeurs absolues sont égales : 0,25 kg/mm². On distingue sur la figure 3 b d'autres maxima de σ_{12} de moindre importance : - 0,15 kg/mm² en E, 0,2 kg/mm² en F, - 0,25 kg/mm² en G et 0,25 kg/mm² en H. La contrainte aux points E, F, G, H, dont la dis-

tance au plan de glissement peut aller jusqu'à 1,5 mm en G, est donc de l'ordre du quart des valeurs maximales en A et B. Les points F et G, étant au voisinage de la surface sont par suite des conditions aux limites, soumis respectivement à une traction et à une compression parallèles à la surface. En A et B, comme nous le verrons plus loin, la contrainte résiduelle est un cisaillement pur, négatif en A et positif en B.

IV. — INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

Nous avons vu plus haut que seules les dislocations excédentaires produisaient des contraintes visibles en photo-élasticité. En utilisant la formule de Nye (1949) :

$$\sigma_{11} = 2 \pi B \frac{\partial N}{\partial x_1}$$

on peut déterminer la distribution de ces dislocations le long du plan de glissement. Dans cette formule, B est une constante dépendant du module de Young E, du coefficient de Poisson ν , et du vecteur de Burgers b

$$B = \frac{E b}{4 \pi (1 - \nu^2)}$$

$\frac{\partial N}{\partial x_1}$ est la densité linéaire des dislocations coin excédentaires. Connaissant la distribution des dislocations, il suffirait de superposer le champ de contraintes de chaque dislocation pour retrouver les résultats expérimentaux. Malheureusement, malgré les tentatives de Dietze et Leibfried (1949), il n'est pas possible de calculer l'expression du champ de contraintes d'une dislocation dans nos éprouvettes. Nous nous contenterons de rendre compte de la distribution des contraintes observée, en utilisant successivement deux modèles : une dislocation coin coïncidant avec l'axe d'un cylindre et, d'autre part un empilement de dislocations coin équidistantes sur un segment dans un milieu de dimensions infinies. Nous comparerons enfin les résultats expérimentaux avec ce que l'on peut prévoir à l'aide de la théorie de la plasticité.

1. Modèle de la dislocation géante.

Indenbom et Tomilovskii (1957) ont déjà parlé de dislocation « macroscopique ». C'est

un empilement de dislocations élémentaires équivalent à une dislocation géante dont le vecteur de Burgers serait égal à la somme des vecteurs de Burgers des dislocations empilées; ils la placent à la tête de l'empilement. Ce modèle permet essentiellement de rendre compte des contraintes à une distance grande par rapport aux dimensions de l'empilement. En fait, dans nos cristaux la distance à l'empilement des points E, F, G et H est du même ordre que AB, mais il est raisonnable d'admettre que le modèle s'applique aussi ici. S'il ne donne pas la valeur des contraintes, il permettra néanmoins d'interpréter la structure du champ de contraintes observé. Il y aurait simplement une déformation des lignes d'égale contrainte. La dislocation équivalente sera placée au milieu de l'empilement, ou plus exactement au point D où la densité des dislocations est maximale. Son vecteur de Burgers est obtenu soit en intégrant la formule de Nye, soit en mesurant la hauteur de la marche produite par le glissement à la surface du cristal. Les deux méthodes donnent sensiblement le même résultat, soit un micron. La contrainte exercée par cette dislocation en A et B est de l'ordre du kg/mm², ce qui est assez proche de la valeur expérimentale, 0,85 kg/mm².

Les maxima de la contrainte en C, E, F, G et H proviennent des dimensions finies du cristal. Il est intéressant de comparer ce champ de contraintes à celui, plus simple, d'une dislocation placée dans l'axe d'un cylindre.

Dislocation dans un cylindre.

L'expression du champ de contraintes en a été donnée par Leibfried et Lücke (1949). On peut la simplifier en négligeant le diamètre du cœur de la dislocation par rapport à celui du cylindre. Ces formules sont alors relativement simples, on trouve :

$$\sigma_{11} - \sigma_{22} = -4B \frac{x_1^2 x_2}{(x_1^2 + x_2^2)^2} - 2B \frac{x_2}{R^2}$$

$$\sigma_{12} = B \frac{x_1 (x_1^2 - x_2^2)}{(x_1^2 + x_2^2)^2} - B \frac{x_1}{R^2}$$

où R est le rayon du cylindre. On remarque que ces contraintes peuvent être considérées comme dues à la superposition de deux champs de contraintes : celui d'une dislocation dans un milieu infini, (voir Friedel, 1956) et celui qui permet de satisfaire aux conditions aux limites. Ce dernier est très simple, σ_{11} et σ_{22} varient proportionnel-

lement à x_2 tandis que σ_{12} varie proportionnellement à x_1 . Les figures 5 a et b représentent les courbes d'égale contrainte correspondant aux formules ci-dessus. On y retrouve les différents maxima C, E, F, G, H, mais qui sont à la surface du cylindre. On ne retrouve pas sur ces schémas les maxima en A et B. Ils proviennent du fait qu'en réalité on a un empilement de dislo-

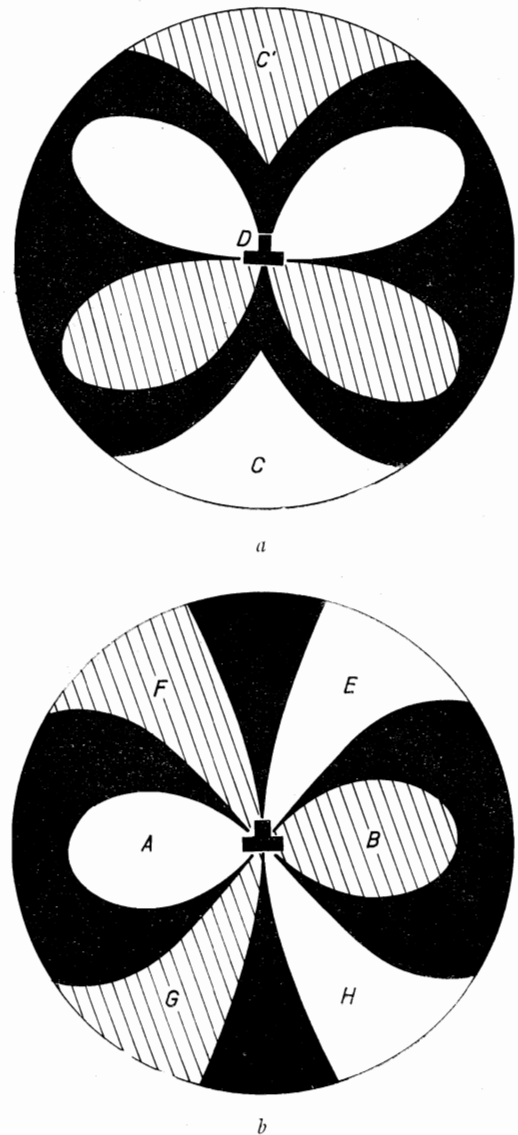


FIG. 5. — Courbes théoriques d'égale cisaillement d'une dislocation dans l'axe d'un cylindre.

a) Double $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ du cisaillement sur les plans verticaux et horizontaux.

b) Cisaillement σ_{12} sur les plans à 45°.

cations de longueur non nulle. On rend compte de leur existence en utilisant le modèle suivant.

2. Empilement de dislocations équidistantes.

Pour simplifier les calculs nous supposons que les dislocations dans l'empilement sont équidistantes. Leibfried (1951), qui a étudié différentes sortes d'empilement de dislocations dans un milieu infini, a omis ce cas. Le champ de contraintes d'un tel empilement sera calculé en superposant les champs de contraintes des dislocations individuelles. Toutefois, ainsi que l'a fait Leibfried, la sommation sera remplacée par une intégration. La distribution des dislocations est en effet supposée continue. Le calcul se fait de façon analogue à celle indiquée par Pirard (1947) dans le cas d'une charge uniformément répartie sur un segment de droite limitant un demi-plan. On ne tient pas compte des conditions aux limites. Le tenseur des contraintes en un point de coordonnées x_1 et x_2 est alors donné par les formules suivantes, où X_1 représente l'abscisse des dislocations, $\frac{\partial N}{\partial X_1}$ leur densité et $2a$ la longueur du segment sur lequel elles sont empilées.

en posant $\varphi_1 = \text{Arc tg } \frac{x_1 - a}{x_2}$

et $\varphi_2 = \text{Arc tg } \frac{x_1 + a}{x_2}$

On peut maintenant faire tendre x_2 vers zéro (par valeurs positives), ce qui donne :

$\sigma_{11} = -\pi NB/a$ pour $-a < x_1 < a$
 et $\sigma_{11} = 0$ pour $x_1 < -a$ et $x_1 > a$.

σ_{11} serait positive si x_2 tendait vers zéro par valeurs négatives, on a bien une compression ($\sigma_{11} < 0$) au-dessus du plan de glissement ($x_2 > 0$) et une traction en-dessous.

De même : $\sigma_{22} = \frac{BN}{4a} (\sin 2\varphi_1 - \sin 2\varphi_2)$,
 expression qui tend vers zéro avec x_2 .

Pour calculer σ_{12} , on peut faire $x_2 = 0$ avant l'intégration de la formule donnée plus haut. On obtient :

$$\sigma_{12} = \int_{-a}^a \frac{B}{x_1 - X_1} \cdot \frac{N}{2a} dX_1$$

$$\sigma_{11}(x_1, x_2) = \int_{-a}^a B \frac{x_2 [3(x_1 - X_1)^2 + x_2^2]}{[(x_1 - X_1)^2 + x_2^2]^2} \frac{\partial N}{\partial X_1} dX_1$$

$$\sigma_{22}(x_1, x_2) = \int_{-a}^a B \frac{x_2 [(x_1 - X_1)^2 - x_2^2]}{[(x_1 - X_1)^2 + x_2^2]^2} \frac{\partial N}{\partial X_1} dX_1$$

$$\sigma_{12}(x_1, x_2) = \int_{-a}^a B \frac{(x_1 - X_1) [(x_1 - X_1)^2 - x_2^2]}{[(x_1 - X_1)^2 + x_2^2]^2} \frac{\partial N}{\partial X_1} dX_1$$

Nous supposons la densité des dislocations constante pour $-a < X_1 < a$ où $\frac{\partial N}{\partial X_1} = \frac{N}{2a}$.

Après avoir effectué les calculs, on trouve :

$$\sigma_{11} = \frac{BN}{a} \left[\varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\sin 2\varphi_1}{4} + \frac{\sin 2\varphi_2}{4} \right]$$

$$\sigma_{12} = \frac{BN}{2a} \text{Log} \left| \frac{x_1 + a}{x_1 - a} \right|$$

La variation de σ_{11} et de σ_{12} est représentée sur la figure 6.

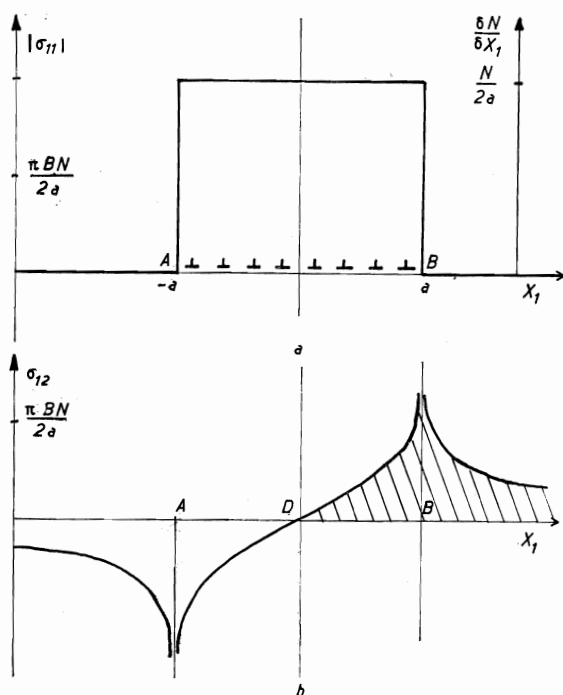


FIG. 6. — Distribution des contraintes le long d'un empilement de dislocations équidistantes.

- a) Contrainte σ_{11} et densité des dislocations $\frac{\delta N}{\delta x_1}$.
 b) Contrainte σ_{12} .

On peut étendre ces résultats au cas des dislocations réparties d'une manière quelconque. On aura :

$$\sigma_{11} = -2\pi B \frac{\partial N}{\partial x_1}, \quad \sigma_{22} = 0$$

où $\frac{\partial N}{\partial x_1}$ est une fonction de x_1 . C'est la formule de Nye (1949).

La contrainte σ_{12} devient :

$$\sigma_{12} = \int_{-a}^a \frac{B}{x_1 - X_1} \frac{\partial N}{\partial X_1} dX_1$$

(Formule de Leibfried, 1953).

Le champ de contraintes ainsi calculé rend compte des observations au voisinage du plan de glissement. On retrouve bien les concentrations de la cisssion aux extrémités A et B de l'empilement. On peut essayer d'y calculer la valeur du cisaillement, en admettant qu'il n'est pas infini mais prend la valeur $\frac{\pi BN}{2a}$ (fig. 6). Si

$N = 3\,000$ et $a = 0,5$ mm, on trouve $\sigma_{12} = 2$ kg/mm², au lieu de 0,85 kg/mm². Il est normal qu'on trouve par le calcul une valeur plus forte car la densité des dislocations est loin d'être constante; elle croît progressivement depuis les extrémités jusqu'au centre de l'empilement.

4. Théorie de la plasticité et glissement isolé.

L'existence de contraintes résiduelles dans la flexion plastique a été étudiée (Wöhler, 1860) dans le cas où la déformation se fait progressivement à partir de la surface. Le volume de l'éprouvette peut se diviser en deux zones, l'une, déformée plastiquement, et l'autre où la déformation est encore purement élastique (Nadaï, 1950, 1963). La limite entre les deux zones est une surface d'égal cisaillement (une isochromatique dans le langage de la photo-élasticimétrie). C'est un ensemble de deux plans parallèles à la surface de l'éprouvette dans le cas de la flexion pure d'une poutre. Dans le cas d'un cristal, la zone « plastifiée » est un ensemble de surfaces, les plans de glissement, qu'on peut confondre avec un volume si les glissements sont nombreux. Nous allons essayer de voir ce que donne l'application des conceptions utilisées dans la théorie macroscopique de la plasticité dans le cas du glissement unique, stade initial de la déformation plastique.

a) Linéarité de la déformation à travers la section.

Cette condition, qui revient à dire que les sections droites de l'éprouvette restent planes après déformation, n'a plus de sens dans le cas élémentaire du glissement unique. La déformation, purement élastique dans tout le cristal, sauf le long du plan de glissement où sont empilées les dislocations, est trop complexe pour que cette condition soit vérifiée. On pourrait aussi s'attendre à ce que la densité des dislocations varie linéairement le long du plan de glissement. Ceci n'est pas le cas pour la densité algébrique, proportionnelle à σ_{11} , qui passe par un maximum en D (fig. 3 a). Ce pourrait être le cas pour les figures d'attaque, mais cela semble peu probable, d'après les travaux de Sprackling (1964). La densité des figures d'attaque a pu être mesurée approximativement le long du glissement isolé, mais les figures sont trop serrées dans le fluorure de lithium coloré pour pouvoir déterminer la variation de leur densité le long du plan de glissement.

b) Nivellement des contraintes.

La densité algébrique des dislocations le long du plan de glissement est gouvernée par la condition du cisaillement maximum. La contrainte ne peut dépasser la limite élastique et les dislocations ne peuvent se déplacer que sous une contrainte qui lui est au moins égale. Il se produit un nivellement des contraintes apparues au cours de la déformation. Le nivellement se produit grâce au cisaillement dû aux dislocations τ_d qui se superpose au cisaillement exercé par les forces extérieures τ_e . Les dislocations s'empilent de telle façon que le cisaillement total $\tau_e + \tau_d$ qui s'exerce sur chacune d'elles soit égal au cisaillement critique τ_c . La densité des dislocations dépend de τ_e par la relation de Leibfried. Elle est donc déterminée par la condition du nivellement des contraintes le long du plan de glissement.

La face supérieure du cristal (où a pris naissance le glissement) étant la face convexe (fig. 1), on voit sur la figure 3 b que le cisaillement résiduel σ_{12} s'ajoute à la traction due aux forces extérieures le long de DB, et s'en retranche le long de AD par compensation. Le nivellement ne semble pourtant pas être total. En effet, le point B se trouvant pratiquement sur la fibre centrale, le cisaillement sur le plan de glissement doit y être le même, que la force extérieure soit appliquée ou non. Il devrait donc être égal au cisaillement critique. Celui-ci est de $2,1 \text{ kg/mm}^2$ alors que le cisaillement résiduel σ_{12} est de $0,85 \text{ kg/mm}^2$. Ceci peut s'interpréter de deux façons, soit que effectivement le cisaillement ne soit pas constant le long du plan de glissement, soit qu'il y ait eu une certaine relaxation des contraintes après la formation du plan de glissement. Dans ce travail l'effet de la vitesse des dislocations a été négligé. Toutefois un enregistrement cinématographique a montré que la vitesse de progression du glissement diminue au fur et à mesure de sa pénétration dans le cristal, de la surface vers la fibre centrale de l'éprouvette. Or, on sait (Johnston et Gilman, 1959) que la vitesse des dislocations croît avec la contrainte. On peut montrer que dans ce cas les contraintes résiduelles seront plus faibles.

La distribution des contraintes résiduelles est caractérisée par la présence de deux lignes neutres secondaires en plus de la fibre neutre centrale. On peut les expliquer en utilisant la théorie de la flexion plastique de Read (1957), mais l'étude du glissement unique montre qu'elle n'est pas entièrement justifiée. Supposons qu'il

ait de nombreux plans de glissement identiques dans toute l'éprouvette. Une ligne parallèle à la surface joignant les points D de chaque glissement séparera des zones où les contraintes résiduelles sont de signes opposés dans la partie tendue. De même dans la partie comprimée. Avec la fibre neutre centrale ces deux lignes limiteront quatre régions où les contraintes résiduelles garderont un signe constant. Ce sont les trois lignes trouvées par Wöhler.

On peut schématiser cette interprétation en assimilant l'empilement des dislocations dans les plans de glissement à des dislocations géantes placées sur les lignes neutres secondaires (fig. 7).

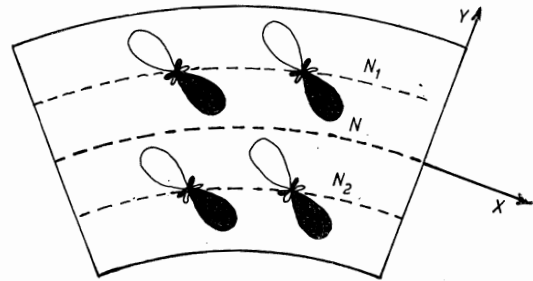


FIG. 7. — Formation des lignes neutres par la superposition des contraintes des dislocations individuelles.

N est la fibre neutre centrale.

N_1 et N_2 sont les fibres neutres secondaires.

Les rosettes représentent les courbes d'égal cisaillement autour des dislocations dans un milieu infini. A comparer avec la courbe de la figure 5 b, correspondant au cas du cylindre. Les zones noires correspondent à des contraintes positives.

Dans la théorie de Read, les dislocations sont négatives, situées sur la fibre neutre centrale et ont un vecteur de Burgers horizontal. Ce sont des dislocations fictives correspondant à un manque de dislocations positives sur la fibre neutre. Cette théorie permet d'expliquer les contraintes résiduelles lorsque les plans de glissement sont nombreux, mais ne s'applique plus dans le cas des dislocations empilées dans un glissement unique. Notre interprétation, au contraire, tient compte du rôle des plans de glissement dans la déformation plastique.

c) Conditions d'équilibre.

Une des conditions utilisées par Wöhler est que la résultante générale des forces et le moment résultant doivent être nuls à travers une section de l'éprouvette lorsque les forces extérieures sont supprimées. La mesure photoélastique des contraintes résiduelles dans LiF (Dupuy et al.,

1963) montre que ces conditions sont vérifiées dans le cas où les glissements sont nombreux. Cette mesure a été faite le long d'une section droite mais le résultat est le même le long d'une section à 45°. Par contre, dans le cas d'un glissement isolé, la même mesure, effectuée le long du plan de glissement donne bien une résultante nulle mais le moment résultant est différent de zéro. Cohen (1964) a calculé sa valeur dans le cas d'une dislocation dans un cylindre. Cette observation n'est donc pas contradictoire avec la théorie de l'élasticité et est simplement due à l'existence des dislocations dont la théorie classique de la plasticité ne tient pas compte. On peut calculer à partir des résultats expérimentaux (fig. 3 b) le moment moyen pour toutes les sections droites. On trouve alors qu'il est bien nul. Ceci était prévisible, puisque le moment doit être nul à travers chaque section lorsque les glissements sont nombreux.

V. — CONCLUSION.

Les expériences faites montrent que le fluore de lithium se prête bien à l'étude photoélastique des contraintes résiduelles apparaissant au cours de la déformation plastique. L'irradiation suivie d'un recuit convenable lui donne les propriétés mécaniques désirées pour obtenir

un état de déformation simple, l'empilement de dislocations, auquel on peut appliquer la théorie élastique des dislocations. L'obtention de cristaux ne contenant qu'un seul plan de glissement a permis de mieux saisir les liens existant entre la théorie macroscopique de la plasticité et la théorie microscopique des dislocations en montrant le rôle joué par les plans de glissement.

Cette étude a montré que le champ de contraintes des dislocations s'exerçait en fait dans tout le cristal et qu'il était nécessaire de tenir compte des conditions aux limites. Le calcul du champ de contraintes d'un empilement étant particulièrement complexe, deux hypothèses simplificatrices ont été utilisées. L'une a consisté à comparer les résultats expérimentaux à ceux obtenus en assimilant l'empilement à une dislocation géante placée au milieu d'un cylindre. Elle a permis de retrouver l'ensemble des contraintes observées à l'exception toutefois des maxima existant aux extrémités de l'empilement. L'autre hypothèse suppose les dislocations régulièrement réparties le long d'un segment. Elle permet de retrouver les maxima observés aux extrémités de l'empilement mais ne tient pas compte des conditions aux limites. On a pu également montrer la relation entre la répartition des dislocations et la position des lignes neutres observées dans les cristaux fléchis plastiquement.

BIBLIOGRAPHIE

- COHEN, H. (1964). — Honeywell Research Center, Report HR-64-274, 27^e rapport à l'O.N.R.
- DIETZE, H. D., LEIBFRIED, G. (1949). — Diplôme Göttingen, Kernforschungsanlage Jülich, rapport Jül-142-RW, 1963.
- DUPUY, C. (1965). — *Bull. Soc. franç. Minér. Crist.*, 88, 533.
- DUPUY, C., SAUCIER, H., SCHAEFFER, B. (1963). — *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 257, 4170.
- DUPUY, C., SCHAEFFER, B., SAUCIER, H. (1965). — *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 260, 4481.
- FRIEDEL, J. (1956). — *Les dislocations*, Gauthier-Villars, Paris.
- INDENBOM, V. L., TOMILOVSKII, G. E. (1957). — *Kristallografija*, U. R. S. S., 2, 190.
- JOHNSTON, W. G., GILMAN, J. J. (1959). — *J. appl. Phys.*, U. S. A., 30, 129.
- LAURENT, P., VALEUR, J., BOGROFF, S. (1947). — *Les bases de la résistance mécanique des métaux et des alliages*, Dunod, Paris.
- LEIBFRIED, G. (1951). — *Z. Phys.*, Dtsch., 130, 214.
- LEIBFRIED, G., LÜCKE, K. (1949). — *Z. Phys.*, Dtsch. 126, 450.
- MENDELSON, S. (1961). — *J. appl. Phys.*, U. S. A., 32, 1999.
- NADAI, A. (1950). — *Theory of flow and fracture of solids*, 1, McGraw-Hill, Ed.
- NADAI, A. (1963). — *Theory of flow and fracture of solids*, 2, McGraw-Hill, Ed.
- NADEAU, J. S., JOHNSTON, W. G. (1961). — *J. appl. Phys.*, U. S. A., 32, 2563.
- NYE, J. F. (1949). — *Proc. r. Soc. London*, ser. A, 200, 47.
- NYE, J. F. (1953). — *Acta metallurg.*, U. S. A., 1, 153.
- NYE, J. F., SPENCE, R. D., SPRACKLING, M. T. (1957). — *Philos. Mag.*, G. B., 2, 772.
- OBREIMOW, I. W., SCHUBNIKOW, L. W. (1927). — *Z. Phys.*, Dtsch., 41, 907.
- PIRARD, A. (1947). — *La photo-élasticité*, Dunod, Paris.
- READ, W. T. (1957). — *Acta metallurg.*, U. S. A., 5, 83.
- REUSCH, E. (1867). — *Monatsber. Berliner Akad.*, 220.
- SCHAEFFER, B. (1965). — *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 260, 3602.
- SCHAEFFER, B., DUPUY, C., SAUCIER, H. (1965). — *Phys. Stat. Sol.*, 9, 753.
- SHASKOL'SKAJA, M. P. (1965). — Thèse, Moscou.
- SPRACKLING, M. T. (1960). — *Philos. Mag.*, G. B., 5, 441.
- SPRACKLING, M. T. (1964). — *Philos. Mag.*, G. B., 9, 739.
- WÖHLER (1860). — *Z. Maschinenbau*, 10, 583.