

**T.D. DE MECANIQUE QUANTIQUE**

**Exercice 1 :**

Établir, à l'aide de la formule de Planck, le coefficient  $\sigma$  de la loi de Stephan  $u = \sigma T^4$ .  
On donne :

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

**Exercice 2 :**

Déduire la loi de Wien  $\lambda_{Max} T = Cte$  où  $\lambda_{Max}$  est la longueur d'onde qui correspond au maximum de la densité d'énergie  $u(\nu, T)$  (Voir cours).

**Exercice 3 :**

Dans une expérience de photoélectricité la lumière frappe la surface du potassium.  
Sachant que la plus grande longueur d'onde possible pour l'émission d'électrons est  $5620 \text{ \AA}$ , quelle est l'énergie d'extraction de ce métal ?

Ce métal est éclairé par des ultraviolets de  $2500 \text{ \AA}$ , quelle est l'énergie cinétique maximum des électrons ?

L'intensité du rayonnement incident est de  $2 \text{ W/m}^2$ . En supposant que chaque photon libère un électron, quelle est alors le nombre d'électron émis par unité de temps et de surface ?

**Exercice 4 :**

Un RX de  $0,300 \text{ \AA}$  subit une diffusion Compton à  $60^\circ$ . Quelle sont, après diffraction, la longueur d'onde du photon diffracté et l'énergie cinétique de l'électron ?

**Exercice 5 :**

Quels sont les longueurs d'onde de l'hydrogène incluses dans le spectre visible ( $3800 \text{ \AA} - 7700 \text{ \AA}$ ).

**Exercice 6 :**

Trouver la longueur d'onde de de Broglie associée à une bille de  $0,01 \text{ Kg}$  ayant une vitesse de  $10 \text{ m/s}$ .

**Exercice 7 :**

Quelle est la différence de potentiel accélératrice nécessaire pour que l'onde associée à un électron ait une longueur d'onde de  $1 \text{ \AA}$ , ce qui est de l'ordre des distances interatomiques dans un cristal.

**Exercice 8 :**

Calculer la longueur d'onde associé à un neutron de  $0,05 \text{ eV}$ .

**Exercice 9 :**

Un faisceau de neutrons de  $0,083 \text{ eV}$  est diffusé par un échantillon inconnu et de pic de réflexion de Bragg est observé à  $22^\circ$ . A quelle distance de Bragg correspond-t-il ? En supposant que le pic correspond à la diffraction du premier ordre.

### Exercice 10 :

Une particule de masse  $m$  est assujettie à se déplacer sur une droite de longueur  $L$ . Par des considérations fondées sur l'interprétation ondulatoire de la matière, montrer que cette particule ne peut posséder que des valeurs discrètes d'énergie et préciser quelles sont ces valeurs.

### Exercice 11 :

Démontrer les relations de commutation suivantes :

$$[\hat{x}, \hat{p}_x] = [\hat{y}, \hat{p}_y] = [\hat{z}, \hat{p}_z] = i\hbar$$

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z$$

$$[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$$

$$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar \hat{L}_y$$

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}, \hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z, \hat{L}_x, \hat{L}_y$  et  $\hat{L}_z$  étant les opérateurs associés respectivement aux composantes du vecteur position, du vecteur impulsion et du vecteur moment cinétique.

### Exercice 12 :

- 1- En négligeant l'énergie cinétique du proton, donner l'expression de l'hamiltonien  $\hat{H}$  de l'atome d'hydrogène en coordonnées sphériques. On rappelle que le Laplacien en coordonnées sphériques s'écrit sous la forme :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2}$$

où  $\hat{L}^2$  est l'opérateur associé au carré du moment cinétique.

- 2- Pour quelle valeur de  $a_0$ , la fonction  $\psi = A e^{-r/a_0}$  est fonction propre de  $\hat{H}$ .  $A$  étant la constante de normalisation.
- 3- Quelle est la valeur de l'énergie associée à la fonction propre  $\psi$  ?
- 4- Exprimer  $A$  en fonction de  $a_0$ .
- 5- L'atome d'hydrogène est maintenant défini par la fonction d'onde :

$$\psi_{2,1,-1} = A r e^{-\frac{r}{2a_0}} \sin\theta e^{-i\varphi}$$

c'est la fonction propre commune à  $\hat{H}, \hat{L}^2$  et  $\hat{L}_z$ .

- Calculer la constante de normalisation  $A$ .
- Donner la valeur de l'énergie, du module de moment cinétique et de sa projection sur l'axe  $z$ .
- Quelle est la valeur moyenne de l'énergie potentielle ?