

Chapitre 8 : Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de son hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des 2 autres côtés.

Ce théorème a pour objectif de calculer la longueur d'un côté du triangle connaissant les 2 autres.

I) Calculons la longueur de l'hypoténuse

Exemple 1 : Considérons le triangle JEU rectangle en E tel que $EU=8\text{cm}$ et $EJ=6\text{cm}$

Calculons JU.

On sait que le triangle JEU rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore,

$$JU^2 = JE^2 + EU^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

Donc JU= 10 cm car $10 \times 10 = 100 = 10^2$

Exemple 2 : Considérons le triangle MOT rectangle en T tel que $MT=7\text{cm}$ et $TO=5\text{cm}$

Calculons MO.

On sait que le triangle MOT rectangle en T.

D'après le théorème de Pythagore,

$$MO^2 = MT^2 + TO^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

Mais aucun nombre entier a pour carré 74 !

On sait par contre que $8^2=64$ et $9^2=81$

Donc $8 < MO < 9$ cm

La valeur exacte de MO est $\sqrt{74}\text{cm}$

La calculatrice est capable de nous donner

une valeur approchée de ce nombre : 8,6 cm

II) Calculons la longueur d'un des 2 autres côtés de l'hypoténuse

Exemple 1 : Considérons le triangle TES rectangle en S tel que ET=15cm et ES=12 cm . Calculons ST.

On sait que le triangle TES rectangle en S.

D'après le théorème de Pythagore,

$$TE^2 = TS^2 + SE^2$$

$$15^2 = TS^2 + 12^2$$

$$225 = TS^2 + 144$$

$$\text{D'où } TS^2 = 225 - 144 = 81$$

$$\text{Donc } \underline{TS = 9 \text{ cm}} \text{ car } 9 \times 9 = 81 = 9^2$$

Exemple 2 : Considérons VUE rectangle en E tel que VU=7cm et UE=4cm .Calculons VE.

On sait que le triangle VUE rectangle en E.

D'après le théorème de Pythagore,

$$VE^2 = VU^2 - EU^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$$

Mais aucun nombre entier a pour carré 33 !

On sait par contre que $5^2=25$ et $6^2=36$

Donc $5 < VE < 6$ cm

La valeur exacte de VE est $\sqrt{33}$ cm

La calculatrice est capable de nous donner une valeur approchée de ce nombre : 5,7 cm