Un point, deux points… des droites coplanaires (ou non).

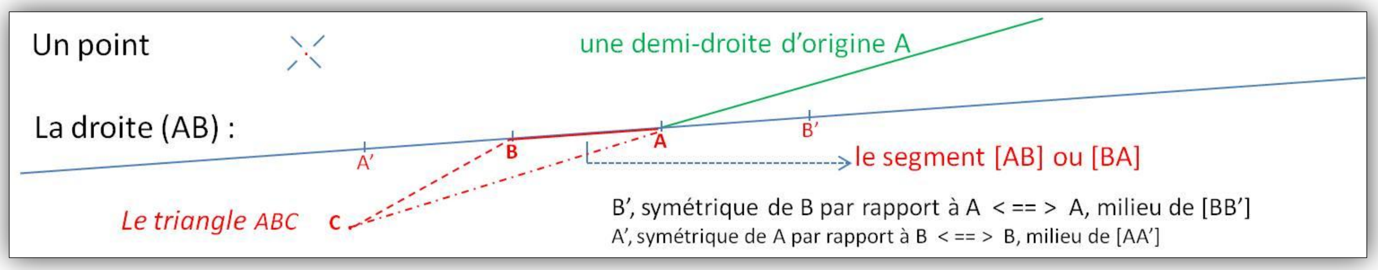
Le point, tracé d'un tout petit coup de la pointe du crayon sur une feuille : c'est le plus petit objet, la plus petite « entité » géométrique, dont la mesure suivant n'importe quelle direction est nulle. On peut l'imaginer comme la position à un instant donné d'un microscopique grain de poussière en suspension dans l'air.
Le *chemin* que parcourt cette poussière dans l'air dessine une courbe dans l'espace, courbe sur laquelle on peut mesurer la « distance parcourue » entre deux points.

Si à partir d'un point A, on fait partir un rayon laser le plus fin possible en visant exactement un second point B sans rien pour dévier le rayon, on peut visualiser la demi-droite d'origine A passant par B, *que l'on peut noter [AB)*. Et en faisant partir du point B un rayon laser ultra fin passant par le point A, cela complète la représentation de la droite (AB) ou (BA) passant par A et par B. Si on tend un fil très fin entre les points A et B (distincts), on visualise le segment [AB] ou [BA] d'extrémités A et B.

Premier « axiome » (ou principe de base admis par expérience) concernant les droites :
Etant donnés deux points distincts A et B dans l'espace, il existe une unique droite passant exactement par A et par B.

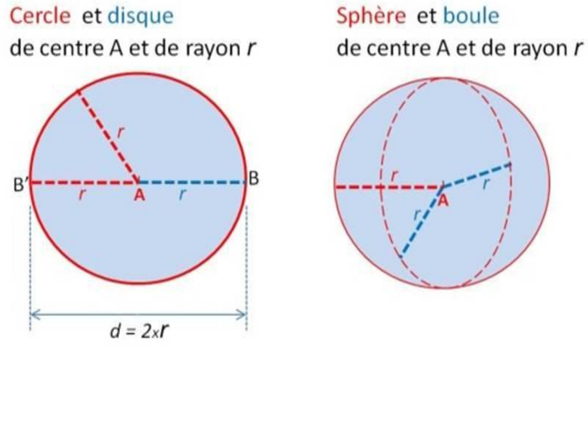
Si on prouve qu'une droite (CD), passant par deux points distincts C et D, passe aussi par les points A et B, alors les droites (AB) et (CD) sont confondues : les points A, B, C et D, quel que soit leur ordre sur la droite, sont alignés.
Il existe une infinité de demi-droites d'origine A. Si A et B désignent un même point (*A et B confondus*), il existe une infinité de droite passant par A et/ou B (*rayonnant tout autour de ce point*).

Sur une feuille de papier posée à plat sur une table, étant donné deux points distincts A et B, on trace la droite (AB) à l'aide d'une règle sans accroc et d'un crayon bien taillé dans les limites de la feuille. On peut mesurer la longueur du segment [AB] – *sa mesure en cm ou autre unité de mesure est un nombre strictement positif* – mais la droite (AB), toute droite ou même demi-droite, est de longueur infinie (*non mesurable*). Tout comme n'importe quel point ou n'importe quelle courbe, une droite n'a pas d'épaisseur (*la mesure de l'épaisseur est nulle quel que soit l'endroit où on la prend sur la droite*) et n'importe quel segment de droite non plus.



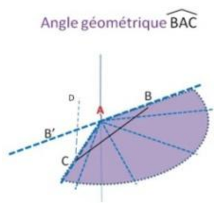
Un troisième point C sur la feuille de papier permet de tracer le triangle ABC (*ou CAB ou autre ordre*) en traçant les trois segments [AB], [BC] et [CA] appelés « côtés » du triangle.
Si le point C est aligné avec les points A et B (*tous distincts entre eux*), alors le triangle ABC est aplati ! Et si C est sur la droite (AB) de façon à ce que la point A soit « équidistant » ou à égale distance des points B et C, alors A est le milieu du segment [BC] et les points B et C sont symétriques l'un de l'autre par rapport à A.

On peut marquer la position de B', symétrique de B par rapport à A, à l'aide d'un compas, en reportant de l'autre côté de A, sur la droite (AB), la longueur du segment [AB]. Et si A' est le symétrique de A par rapport à B, alors la droite (AB) est la réunion du segment [AB] et des deux demi-droites disjointes [AB') et [BA'). *Le segment [AB], lui, est l'intersection (ou partie commune) des deux demi-droites [AB) et [BA).*



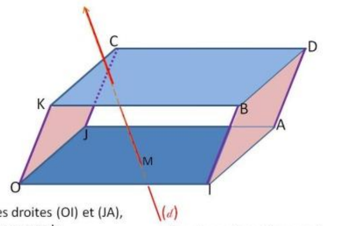
Sur la feuille de papier posée à plat sur une table, étant donné un segment [AB] dont la mesure de longueur est r ($r > 0$), tous les points de cette feuille situés à la distance r de A forment le cercle de centre A et de rayon r. On le trace à l'aide d'un compas. L'ensemble des points de la feuille situés à une distance inférieure ou égale à r de A est le disque de centre A et de rayon r. Dans l'espace, l'ensemble des points situés à une distance inférieure ou égale à r de A est la boule de centre A et de rayon r. En surface, l'ensemble des points de l'espace situés à la distance r de A, est la sphère de centre A et de rayon r. Et si B' est le symétrique de B par rapport à A sur ce cercle ou cette sphère, alors la mesure de [BB'] est $2 \times r$: c'est le diamètre du cercle ou de la sphère (ou du disque ou de la boule) *que l'on peut mesurer à l'aide d'un « pied-à-coulisse »*.

Dans l'espace, trois points distincts et non alignés A, B et C sont les sommets du triangle ABC (non aplati). L'ensemble des demi-droites d'origine A passant par n'importe quel point du côté [BC] forme l'<u>angle géométrique</u> BÂC de sommet A. Si B' est le symétrique de B par rapport à A, on peut déterminer de même l'angle géométrique CÂB', angle ''supplémentaire'' de BÂC. La réunion de ces deux angles forment un demi-plan contenant C ; en prolongeant ce demi-plan de l'autre côté de la droite (AB), on obtient le <u>PLAN</u> (ABC). De plus, si D est un point du plan (ABC) alors les droites (AB) et (CD) sont « coplanaires ».



Premier axiome concernant les plans :

Il existe <u>un unique plan</u> passant exactement par <u>trois points distincts et non alignés</u> dans l'espace.



Les droites (OI) et (JA), par exemple, n'ont aucun point commun et sont strictement parallèles.

La droite (d) n'a aucun point commun avec la droite (OI) mais n'est pas parallèle à (OI).

La droite (d) est sécante au plan (OIJ) en M.

Les deux plans bleus sont <u>strictement parallèles</u>, ainsi que les deux plans roses.

Le plan bleu (OIJ) est <u>sécant</u> au plan rose (IBD) suivant la droite (IA).

Le plan (OAD) non colorié est <u>sécant</u> au plan (KBC) suivant la droite (KD).

<u>DANS UN PLAN</u>, deux droites sont :

soit strictement parallèles (si elles n'ont aucun point commun),
soit sécantes en un point (si elles « se coupent » en cet unique point commun),
soit confondues (si elles ont au moins deux points distincts en commun).

Dans l'espace, deux droites peuvent avoir aucun point commun sans être parallèles pour autant, du moment qu'elles ne sont pas coplanaires (pas situées dans un même plan de l'espace).

<u>DANS L'ESPACE</u>, deux plans sont :

soit strictement parallèles (s'ils n'ont aucun point commun),
soit sécants suivant une droite (si leurs points communs sont tous alignés),
soit confondus (s'ils ont au moins trois points non alignés en commun).

Remarque : L'adjectif « parallèles » signifie « strictement parallèles ou confondu(e)s ». Pour des **droites parallèles**, on dit aussi qu'elles ont la « **même direction** » (*sans forcément être orientées dans le même sens*).