

المستوى : 2 باك رياضي : "أ" و"ب" مدة الإجاز : 4 السنة الدراسية : 2010/2009	الامتحان التجريبي 1 مادة : الرياضيات	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي وتكوين الأطر أكاديمية فاس ثانوية ابن حزم
--	---	---

السلم

الموضوع الأول: 2;25

ليكن $a \in \mathbb{R}^*$ ونعتبر المعادلة: $2z^2 - a(4 - \sqrt{2}i)z - 2\sqrt{2}ia^2 = 0$

z_1 و z_2 هما حللي المعادلة حيث z_2 يصبح حقيقيا في حالة $a = -1$

1- أ- ليكن Δ مميز المعادلة بين أن $\Delta = (a(4 + i\sqrt{2}))^2$ ثم حدد z_1 و z_2

ب- نضع $a = -1 + i\sqrt{3}$ أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلي

2- بين أنه إذا كان $a = -1 + i\sqrt{3}$ فإن $z_1^4 = z_2$ ثم حدد الجذور الرابعة للعدد z_2 على الشكل المثلي.

الموضوع الثاني : 3;75

$$E = \left\{ M_{(a,b)} = \begin{pmatrix} a+b & 0 & -b \\ b & a & -b \\ b & 0 & a-b \end{pmatrix} / (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\} \quad \text{نعتبر المجموعة}$$

(1) **a** بين أن $(E, +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي يتم تحديده بعده .

(b) بين أن : $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, \forall (a',b') \in \mathbb{R}^2 : M_{(a,b)} \times M_{(a',b')} = M_{(aa', ab'+ba')}$

(c) بين أن : $(E, +, \cdot, \times)$ حلقة تبادلية وواحدية .

(d) ليكن $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

بين $M_{(a,b)}$ يقبل مائلا في الحلقة $(E, +, \cdot, \times)$ إذا وفقط إذا $a \neq 0$

وحدد في هذه الحالة مقلوب المصفوفة $M_{(a,b)}$

(2) ليكن $U = \{M_{(a,b)} \in E / a \neq 0\}$ بين أن (U, \times) زمرة تبادلية .

(3) نضع $H = \{M(a,b) \in E / a > 0, b = a \ln(a)\}$ بين أن (H, \times) زمرة جزئية من (U, \times)

الموضوع الثالث : 4نقط

1. نعتبر في Z^2 المعادلة $(E): 16x - 5y = 2010$

a. بين أنه إذا كان (x, y) حلا في Z^2 للمعادلة (E) فإن $x \equiv 0[5]$ ثم حل (E)

b. حدد الحلول (x, y) للمعادلة (E) التي تحقق $x \wedge y = 5$

2. نعتبر في Z^2 المعادلة $(F): 16x^6 - 5y^6 = 2010$

a- بين أن $a^6 \equiv 0[7]$ ou $a^6 \equiv 1[7]$ $\forall a \in Z$ يمكن استعمال مبرهنة Fermat

b- تحقق أن $7 \wedge 2010 = 1$ واستنتج أنه إذا كان (x, y) حلا في Z^2 للمعادلة (F) فإن

$$7 \wedge x = 1 \text{ ou } 7 \wedge y = 1$$

c- استنتج أنه إذا كان (x, y) حلا للمعادلة (F) فإن $16x^6 - 5y^6 \equiv 2[7]$ ou $16x^6 - 5y^6 \equiv 4[7]$

d- حل المعادلة (F)

الموضوع الرابع : 10نقط

نعتبر الدالة المعرفة بمايلي $f_m(x) = \frac{\arctan(x)}{x+m}$

1- حدد D_m مجموعة تعريف الدالة f_m وأحسب نهايات f_m عند محددات D_m ناقس الحالات

2- بين $f_m(-x) = f_{-m}(x)$ $\forall m \in R^*, \forall x \in R - \{-m, m\}$ واستنتج أن C_m و C_{-m} متماثلان بالنسبة

لحور الأرتيب

3- دراسة الدالة f_0

أ- بين أن f_0 تقبل تمديدا بالاتصال في $\mathbf{0}$ نرسم f لهذا التمديد لدينا إذن $f(x) = \frac{\arctan(x)}{x}$ $f(0) = 1$

ب- بين أن f متصلة على R

ت- بين أن f زوجية

ث- باستعمال مبرهنة التزايد المتتالية بين أن $\forall x \geq 0: \frac{x}{1+x^2} \leq \arctan x \leq x$

ج- استنتج أن f قابلة للاشتقاق في $\mathbf{0}$

ح- أحسب مشتقة f ; وضع جدول تغيراتها

4- دراسة الدالة f_m

في مايلي نفترض أن $m > 0$ و نعتبر الدالة g_m المعرفة بمايلي $g_m(x) = \frac{x+m}{1+x^2} - \arctan x$

أ- أدرس تغيرات g_m

ب- بين أن المعادلة $g_m(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β_m في المجال R^+ و ضع جدول إشارة g_m

ت- بين أن $\forall x \in R - \{-m\}: f_m(x) = \frac{g_m(x)}{(m+x)^2}$ وضع جدول تغيرات f_m

ث- بين أن $f_m(\beta_m) = \frac{1}{1+(\beta_m)^2}$

ج- أنشئ المنحنيات C_0 و C_{-1} و C_1

$$5- \text{ نعتبر } I = \int_0^1 f_1(x) dx$$

أ- بين $\forall t \in [0,1]: \arctan\left(\frac{1-t}{1+t}\right) = \frac{\pi}{4} - \arctan t$

ب- باستعمال مكاملة بتغيير المتغير $u = \frac{1-t}{1+t}$ و السؤال أ-5 بين أن $I = \frac{\pi}{8} \ln 2$

ت- استنتج مساحة الحيز المحصور بين C_1 و (Ox) و المستقيمان ذا المعادلة $x=0$ و $x=1$

ث- أحسب نهاية المتتالية $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{\arctan\left(\frac{k}{n}\right)}{n+k}$

6- نعتبر الدالة F المعرفة بمايلي $F(x) = \int_x^{2x} e^{-t} f(e^{-t}) dt$

أ- علل وجود $F(x)$ لكل $x \in IR$ و تحقق أن $\forall x \in R: F(x) = \int_x^{2x} \arctan(e^{-t}) dt$

ب- بين أن $\forall x > 0: F(x) \leq \int_x^{2x} e^{-t} dt$ و استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$

ت- نذكر أن $\forall u > 0: \arctan(u) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1}{u}\right)$ بين أن $\forall x \in R: F(-x) = -\frac{\pi}{2}x + F(x)$

ث- بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = \frac{\pi}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى C_F

ج- بين أن F قابلة للاشتقاق على R و أحسب $F'(x)$