

Attendu n°1

Notion de diviseurs et de multiples

Critères de divisibilité, nombres premiers

I) Division euclidienne – Diviseur d'un nombre entier

1- Division euclidienne

La division euclidienne est la division de l'entier « D » (dividende) par l'entier « d » (diviseur avec $d \neq 0$) qui permet de calculer le quotient entier « q » et le reste entier « r » tels que :

$$d \times q \leq D < d \times (q+1)$$

$$D = d \times q + r \quad \text{avec} \quad r < d$$

Exemple :

$$164 = 17 \times 9 + 11 \quad \text{avec} \quad 11 < 17$$

$$17 \times 9 \leq 164 < 17 \times (9+1)$$

Attention : quand on divise 164 par 9, on n'obtient pas 17 car $11 > 9$

Définition : On dit que B est un diviseur de A (avec $B \in \mathbb{N}$) quand le reste de la division euclidienne de A par B est nul. $B \mid A$

Remarque : on dit aussi que :

- A est un multiple de B ;
- A est divisible par B.

II) Rappel des critères de divisibilité :

1) Quelques règles à connaître :

- Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est pair (0 ;2 ;4 ;6 ;8);
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- Un nombre est divisible par 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4 ;
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 ;
- Un nombre est divisible par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et 3 ;
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9 ;
- Un nombre est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

2) Exemples d'application :

a) **Simplifier au maximum la fraction suivante :**

$$\frac{765}{2565} = \frac{5 \times 153}{5 \times 513} = \frac{153}{513} = \frac{9 \times 17}{9 \times 57} = \frac{17}{57}$$

b) **Écrire tous les diviseurs de 60 :**

Diviseurs de 60 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60

III) Nombre premier :

Définition : un nombre est dit premier s'il a exactement deux diviseurs distincts.

Exemples : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; ...sont des nombres premiers.

ATTENTION : 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur (lui-même).

Remarque : les deux diviseurs d'un nombre premier sont 1 et lui-même.