CORRECTION

Exercice 1

1) Le tableau de la série de notes avec effectifs est :

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	15	18
Effectifs	1	2	1	1	2	1	1	2	3	2	1

☐

Notes	4	5	7	8	9	10	11	12	14	15	17
Effectifs	1	2	2	1	1	1	1	2	3	2	1

☐

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	15	17
Effectif	1	2	1	1	2	1	2	1	3	2	1

☒

Notes	3	5	7	8	9	10	11	12	14	15	17
Effectif	1	2	1	2	2	1	2	2	3	2	1

☐

2) L'effectif total est $N = 17$; or $\frac{17}{2} = 8,5$.

Donc **la médiane est la 9ème note, c'est-à-dire 11**.

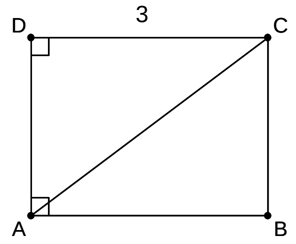
3) $\frac{N}{4} = 4,25$; **le premier quartile Q_1 est donc la valeur qui dans cette liste occupe le rang immédiatement supérieur à $\frac{N}{4}$, c'est-à-dire 8**.

4) $\bar{x} = \frac{3\times1+5\times2+7\times1+8\times1+9\times2+10\times1+11\times2+12\times1+14\times3+15\times2+17\times1}{17} = \frac{179}{17}$.

5) En utilisant la calculatrice, on trouve que **la variance de la série est environ 15,4**.

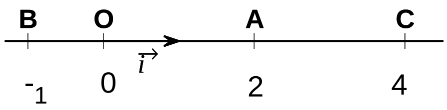
6) **L'écart interquartile de la série des résultats de 1S1 est égal à :** $14 - 6 = \mathbf{8}$

Exercice 2



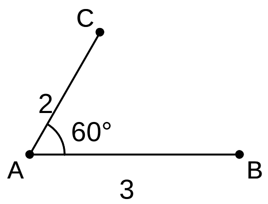
Comme B est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB), alors :

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = \mathbf{9}$



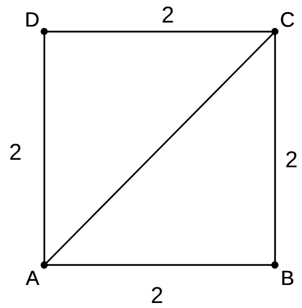
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et de sens opposés.

D'où : $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = -AB \times AC = -3 \times 2 = \mathbf{-6}$



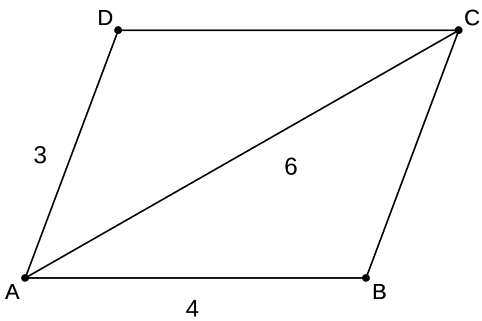
$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)$

D'où : $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = 3 \times 2 \times \cos 60^\circ = 6 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{3}$



Comme B est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB), alors :

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = \mathbf{4}$



$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \bullet \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right)$ d'après la règle du parallélogramme. Alors :

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AD}$ d'après la propriété de linéarité.

Or $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = 16$ et

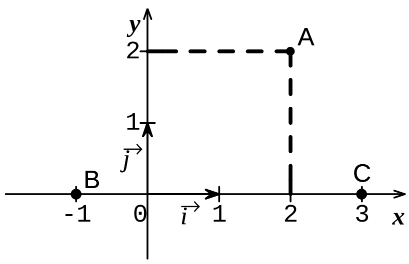
$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{2}\left(\left\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{AD}\right\|^2\right)$,

c'est-à-dire

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{2}\left(\left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{AD}\right\|^2\right)$.

D'où : $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{2}(36 - 16 - 9) = \dfrac{11}{2}$.

Par conséquent, $\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = 16 + \dfrac{11}{2} = \mathbf{21{,}5}$



Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont pour coordonnées respectives $(-3\,;\,-2)$ et $(1\,;\,-2)$.

D'où :

$\overrightarrow{AB} \bullet \overrightarrow{AC} = (-3) \times 1 + (-2) \times (-2) = -3 + 4 = \mathbf{1}$

Exercice 3

1) $\left(\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{DA}\right)\bullet\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{ID}\bullet\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\bullet\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA}\bullet\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{DA}\bullet\overrightarrow{CB}$ d'après la linéarité du produit scalaire.

Comme $ABCD$ est un rectangle et que I est un point de $[DC]$, alors les vecteurs $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont orthogonaux ; par suite, $\overrightarrow{ID}\bullet\overrightarrow{CB}=0$.

De même, les vecteurs $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{DA}$ sont orthogonaux ; alors $\overrightarrow{DA}\bullet\overrightarrow{IC}=0$.

Comme $ABCD$ est un rectangle, alors $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$; par suite, $\overrightarrow{DA}\bullet\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}^{\,2}=DA^2$.

Par conséquent, $\boldsymbol{\left(\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{DA}\right)\bullet\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{ID}\bullet\overrightarrow{IC}+DA^2}$.

2) D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{IA}\bullet\overrightarrow{IB}=\left(\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{DA}\right)\bullet\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CB}\right)$.

Or, d'après la question précédente, $\left(\overrightarrow{ID}+\overrightarrow{DA}\right)\bullet\left(\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{ID}\bullet\overrightarrow{IC}+DA^2$.

Comme $\overrightarrow{ID}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires et de sens contraires, alors $\overrightarrow{ID}\bullet\overrightarrow{IC}=-ID\times IC=-1\times 3=-3$. De plus, $DA=3$.

Par conséquent, $\boldsymbol{\overrightarrow{IA}\bullet\overrightarrow{IB}=6}$.

Or $\overrightarrow{IA}\bullet\overrightarrow{IB}$ s'écrit également $\overrightarrow{IA}\bullet\overrightarrow{IB}=IA\times IB\times\cos\left(\widehat{AIB}\right)$.

En utilisant le théorème de Pythagore dans les triangles ADI et BCI rectangles en I, on obtient : $AI=\sqrt{10}$ et $BI=3\sqrt{2}$.

Par conséquent, $\boldsymbol{\cos\left(\widehat{AIB}\right)}=\dfrac{6}{\sqrt{10}\times 3\sqrt{2}}=\dfrac{6}{6\sqrt{5}}\boldsymbol{=\dfrac{\sqrt{5}}{5}}$.

d) On en déduit que **l'angle $\widehat{AIB}$ mesure 63,4°.**

3) $\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{DJ}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}\right)\bullet\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AJ}\right)=\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{DE}\bullet\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DE}\bullet\overrightarrow{AJ}$ (d'après la relation de Chasles et les propriétés de linéarité du produit scalaire).

Or :
- les vecteurs $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont orthogonaux, alors $\overrightarrow{DE}\bullet\overrightarrow{DA}=0$;
- $\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AD}\bullet\left(-\overrightarrow{AD}\right)=-\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}^2=-AD^2=-9$;
- les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AJ}$ sont orthogonaux, alors $\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{AJ}=0$;
- les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{AJ}$ sont colinéaires et de même sens, alors $\overrightarrow{DE}\bullet\overrightarrow{AJ}=DE\times AJ=\dfrac{9}{2}\times 2=9$.

On en déduit que : $\overrightarrow{AE}\bullet\overrightarrow{DJ}=-9+0+0+9=0$.

Donc **les droites (AE) et (DJ) sont perpendiculaires**.