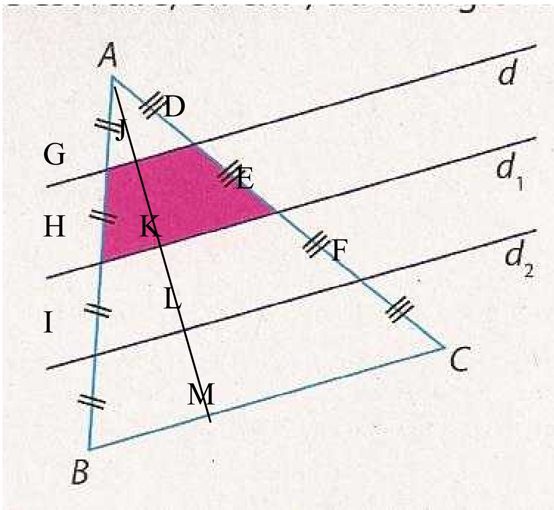
Une correction du Problème ouvert
Aire du trapèze



Soit (AM) la hauteur issue de A dans le triangle ABC.
Soit « h » la hauteur du trapèze GDEH.

$Aire_{GDEH} = 6cm^2$

Dans le triangle ADG, on sait que :

- G est le milieu de [AH]
- D est le milieu de [AE]

Or dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié du troisième côté du triangle.

Donc : $GD = \frac{HE}{2}$ ou encore $HE = 2GD$

$$Aire_{GDEH} = 6cm^2$$
$$\frac{(GD + HE) \times h}{2} = 6$$
$$\frac{(GD + 2GD) \times h}{2} = 6$$
$$\frac{3GD \times h}{2} = 6$$
$$3GD \times h = 12$$
$$GD \times h = 4$$
$$ou \ \frac{HE}{2} \times h = 4$$
$$HE \times h = 8 \quad ou \quad HE = \frac{8}{h}$$

Dans le triangle ABC, on sait que :

- H est le milieu de [AB]
- E est le milieu de [AC]

Or dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié du troisième côté du triangle.

Donc : $HE = \frac{BC}{2}$ ou encore $BC = 2HE$

Dans le triangle AKH, on sait que :

- G est le milieu de [AH]
- (GJ)//(HK)

Or dans un triangle la droite passant par le milieu d'un côté et étant parallèle à un deuxième côté coupe le troisième côté du triangle en son milieu.
Donc : J est le milieu de [AK].
Donc AJ=JK=h

Dans le triangle AIL, on sait que :

- $H \in [AI]$
- $K \in [AL]$
- (HK)//(IL)

Donc les longueurs des côtés des triangles AIL et AHK sont respectivement proportionnelles et on a :

$$\frac{AH}{AI} = \frac{AK}{AL}$$
$$\frac{2}{3} = \frac{2h}{AL}$$
$$AL = \frac{2h \times 3}{2}$$
$$AL = 3h$$

Par une méthode analogue en se plaçant dans le triangle ABM, on montre que : $AM = 4h$

Donc :

$$\begin{aligned} Aire_{ABC} &= \frac{BC \times AM}{2} \\ &= \frac{2HE \times 4h}{2} \\ &= HE \times 4h \\ &= \frac{8}{h} \times 4h \\ Aire_{ABC} &= 32\ cm^2 \end{aligned}$$