Lycée Jacques Amyot **Année 2019-2020**

$2^{\text{nde}}8$ **Devoir**

Pourcentages et fonctions de référence : correction

▷ **Exercice 1.** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = \dfrac{-2}{x^2+1}$.

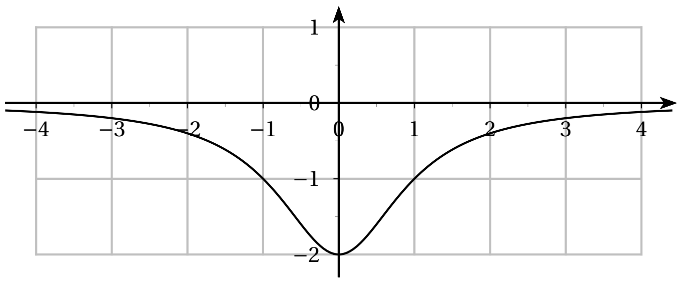
1. Montrer que f est une fonction paire. Quelle conséquence pour la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan ?

$\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0 et $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \dfrac{-2}{(-x)^2+1} = \dfrac{-2}{x^2+1} = f(x)$ donc f est paire et sa courbe représentative est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2. On donne ci-contre le tableau de variation de f sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$. Compléter ce tableau de variations.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f		↘	-2	↗	

3. On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f sur $]-\infty\,;\,0]$. Compléter cette représentation graphique.



▷ **Exercice 2.** Soit g une fonction impaire sur $[-5\,;\,5]$ dont on donne ci-dessous la représentation graphique partielle.

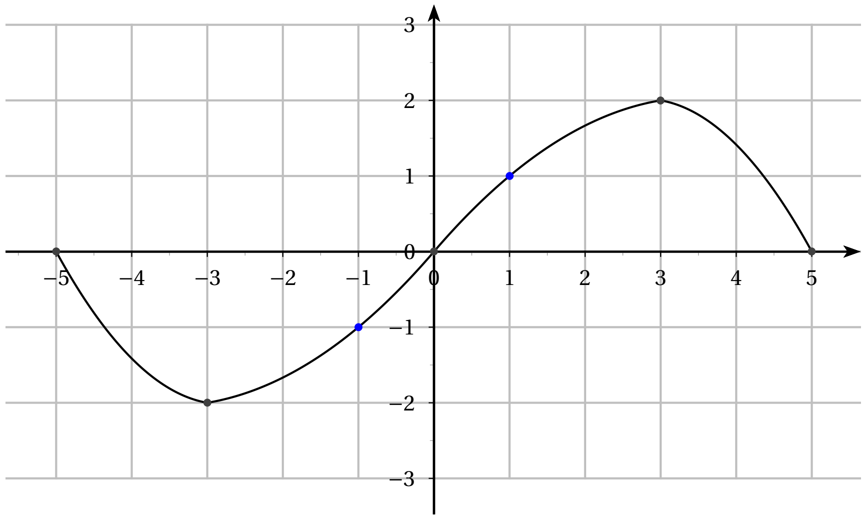
1. Déterminer graphiquement $g(3)$. En déduire en justifiant la valeur de $g(-3)$.

$g(3) = 2$ et comme g est impaire, $g(-3) = -g(3) = -2$.

2. Donner sans justifier les valeurs de $g(-1)$, $g(-5)$ et $g(0)$.

$g(-1) = -1$, $g(-5) = 0$ et $g(0) = 0$.

3. Compléter la représentation graphique de g.



▷ **Exercice 3.** Montrer que si f et g sont deux fonctions impaires sur un intervalle I alors la fonction $k = f + g$ est impaire sur I.

$\forall x \in \mathrm{I}$, $k(-x) = f(-x) + g(-x) = -f(x) - g(x) = -(f(x) + g(x)) = -k(x)$ donc k est impaire.

▷ **Exercice 4.**

1. Donner un encadrement de x^2 sachant que

$1 \leqslant x \leqslant 5$

La fonction carré étant croissante sur $[\ 0\ ;\ +\infty\ [$,

$1 \leqslant x \leqslant 5 \Rightarrow 1 \leqslant x^2 \leqslant 25$

2. Donner un encadrement de x^2 sachant que $-3 \leqslant x \leqslant 2$

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
x^2	↘	9	↘ 0 ↗	4	↗

D'après le tableau de variation,

$-3 \leqslant x \leqslant 2 \Rightarrow 0 \leqslant x^2 \leqslant 9$

3. Donner un encadrement de $\dfrac{1}{x}$ sachant que

$2 \leqslant x \leqslant 5$

La fonction inverse étant décroissante sur $]\ 0\ ;\ +\infty\ [$, $2 \leqslant x \leqslant 5 \Rightarrow \dfrac{1}{5} \leqslant \dfrac{1}{x} \leqslant \dfrac{1}{2}$

4. Donner un encadrement de x^3 sachant que

$2 \leqslant x \leqslant 3$

La fonction cube étant croissante sur $\mathbb{R}$,

$2 \leqslant x \leqslant 3 \Rightarrow 8 \leqslant x \leqslant 27$

5. Donner un encadrement de $\sqrt{x}$ sachant que

$4 \leqslant x \leqslant 9$

La fonction cube étant croissante sur $\mathbb{R}$,

$4 \leqslant x \leqslant 9 \Rightarrow 2 \leqslant \sqrt{x} \leqslant 3$

▷ **Exercice 5.** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x - 3|$.

Dresser le tableau de variation de la fonction f.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$x - 3$		$-$	0	$+$	
$\lvert x - 3\rvert$		$-x + 3$	0	$x - 3$	
f		↘	0	↗	

▷ **Exercice 6.** Le prix d'un article augmente de 10% puis diminue de 4%.

1. Calculer le coefficient multiplicateur global associé à ces deux variations en pourcentage.

   $\text{CM} = \left(1+\dfrac{10}{100}\right)\times\left(1-\dfrac{4}{100}\right) = 1,1\times 0,96 = 1,056$

2. Si le prix initial est 240 euros, quel est le prix final après ces deux évolutions ?

   $240\times 1,056 = 253,44$ €

▷ **Exercice 7.** Après avoir été augmenté de 5%, le salaire de Mathieu s'élève à 1470 euros. Quel était son salaire avant augmentation ?

Notons S son salaire avant augmentation. On a :

$\text{S}\times\left(1+\dfrac{5}{100}\right) = 1470$ d'où $\text{S} = \dfrac{1470}{1,05} = 1400$ €.

▷ **Exercice 8.** Tous les ans, le loyer d'un appartement augmente de 3%. Quelle sera en pourcentage l'augmentation globale au bout de 10 ans ?

Le coefficient multiplicateur lié à 10 augmentations successives de 3% est $\text{CM} = \left(1+\dfrac{3}{100}\right)^{10} = 1,03^{10} \approx 1,3439$ soit une augmentation globale de $34,39\%$ environ.

▷ **Exercice 9.** La population d'une petite ville a diminué de 15% en 20 ans. De quel pourcentage devra-t-elle augmenter pour retrouver son niveau d'il y a 20 ans ?

On cherche le pourcentage réciproque t d'une diminution de 15% :

$\left(1+\dfrac{t}{100}\right)\times\left(1-\dfrac{15}{100}\right) = 1$ donc $1+\dfrac{t}{100} = \dfrac{1}{0,85} \approx 1,1765$ soit $t \approx 17,65\%$.