Correction Brevet des Collèges Pondichéry – Avril 2012

Activités numériques

Exercice 1 : PGCD

1/ L'ouvrier peut-il choisir des plaques de 10 cm de côté sans qu'il n'ait de pertes ?

Si l'ouvrier découpe des plaques de métal en carrés de 10 centimètres de côté, il pourra couper 11 plaques dans la longueur (car $10 \times 11 = 110, la\ longueur\ exacte\ de\ la\ plaque$) mais seulement 8 dans la largeur (car $10 \times 8 = 80 \neq 88, qui\ n'est\ pas\ la\ largeur\ exacte\ de\ la\ plaque$), mais il aura une chute (une perte) de 8 centimètres ($88 - 80 = 8$) dans le sens de la largeur.
Cet ouvrier ne peut donc pas découper des carrés de 10 centimètres de côté dans cette plaque (sans faire de chutes)

2/ L'ouvrier peut-il choisir des plaques de 11 cm de côté sans qu'il n'ait de pertes ?

Si l'ouvrier découpe des plaques de métal en carrés de 11 centimètres de côté, il pourra couper 10 plaques dans la longueur (car $11 \times 10 = 110, la\ longueur\ exacte\ de\ la\ plaque$) et 8 dans la largeur (car $11 \times 8 = 88, la\ largeur\ exacte\ de\ la\ plaque$).
Il n'aura pas de chute (pas de perte).
Cet ouvrier peut donc découper des carrés de 11 centimètres de côté dans cette plaque.

3/ a/ Quelle est la longueur des côtés du plus grand carré possible ?

On veut des carrés dans la plaque. Pour obtenir le nombre de carrés dans le sens de la longueur et de la largeur, il faut diviser la longueur **ET** la largeur de la plaque par **un seul** nombre, qui sera le côté du carré recherché. On va donc calculer le PGCD de 110 et 88:

Méthode 1 :

Je calcule le PGCD de 110 et de 88. J'utilise l'algorithme des soustractions successives sous forme de tableau. Voici le tableau trouvé :

Grand Nombre	Petit Nombre	Différence
110	88	22
88	22	66
66	22	44
44	22	22
22	22	0

Le PGCD est le **dernier nombre avant « 0 »** dans la colonne de droite

Rappel: PGCD
Première ligne: A gauche on met le plus grand nombre (ici, 110). Au milieu on met le petit nombre (ici, 88). A droite, on met la différence des deux premières colonnes.
Lignes suivantes : A gauche, parmi les deux colonnes de droite de la ligne précédente (88 et 22) on met le plus grand nombre (88). Au milieu, parmi les deux colonnes de droite de la ligne précédente on met le plus petit nombre (22). A droite, on calcule la différence. Et ainsi de suite.

Méthode 2 :

Je calcule le PGCD de 110 et de 88. J'utilise l'algorithme d'Euclide sous forme de tableau. Voici le tableau trouvé :

Dividende : Grand Nombre	Diviseur : Petit Nombre	Quotient	Reste
110	88	1	22
88	22	4	**0**

Le PGCD est le **dernier nombre avant « 0 »** dans la colonne de droite (ici, PGCD (110 ;88) = 22)

Rappel: Calculatrice Texas Instruments : Touche division euclidienne ├ .
Entrer « 110├88 ». Vous avez « Q=1 » et « R=2 » (le résultat peut être sous une autre forme)

Les calculatrices ont souvent une fonction PGCD qui permet de trouver le PGCD directement. **Il ne faut pas l'utiliser** en examen car le correcteur veut être certain que vous savez calculer le PGCD.

Rappel: PGCD
Colonnes 1 et 2: Grand Nombre et Petit Nombre. Pour obtenir les colonnes 3 et 4, mieux vaut utiliser la calculatrice. Autres lignes : le Petit Nombre devient le Grand Nombre, le Reste devient le Petit Nombre

Rappel: Calculatrice CASIO : Touche division euclidienne ├ (ou $\div R$)
Entrer « 110├88 » (ou « 110 $\div R$ 88 ») . Vous obtenez « Q=1 » et « R=2 ». D'autres calculatrices donnent le résultat sous une autre forme: Il faut donc s'entraîner avec la vôtre

L'ouvrier peut donc découper sa plaque de métal en carrés de 22 centimètres de côté. C'est la taille maximale qu'il pourra atteindre s'il ne veut pas de pertes.

3/ b/ Nombre de carrés par plaque

On sait que PGCD (110 ; 88) = 22 ;
Il y aura donc $\frac{110}{22}$= 5 carrés en longueur et $\frac{88}{22}$ = 4 carrés en largeur.

On en déduit qu'il y aura $5 \times 4 = 20$ carrés par plaque.

Exercice 2 : Au restaurant

Restaurant LA GAVOTTE	Ordre des calculs
4 menus à 16,50€ l'unité	1er
1 bouteille d'eau minérale	4ème
3 cafés à 1,20€ l'unité	2nd
Sous-total	3ème
Service 5,5% du sous total	4,18€
Total	5ème

Pas de panique :
On n'a pas le prix de la bouteille d'eau. Mais il faut se dire que le sujet estpossible. Il faut trouvera donc plus tard, après d'autres calculs. On n'est pas obligé de calculer dans l'ordre !!

Calculs effectués dans l'ordre suivant :

1er : Ligne « menus »
On sait qu'un menu coûte 16,50€, donc 4 menus coûtent $4 \times 16{,}50 = \mathbf{66}$**€.**

2nd : Ligne « cafés »
On sait qu'un café coûte 1,20€, donc 3 cafés coûtent $3 \times 1{,}20 = \mathbf{3{,}60}$€

3ème : Ligne « Sous-Total »

On sait que le prix du service est égal à 5,5% du sous total.

On a donc: $service = sous\ total \times \frac{5{,}5}{100}$.

On appelle « x » le montant du sous-total. En remplaçant, on obtient : $4{,}18 = x \times \frac{5{,}5}{100}$

D'où : $\frac{4{,}18 \times 100}{5{,}5} = x = 76€$

Le sous-total est donc de 76€.

Restaurant LA GAVOTTE	
4 menus à 16,50€ l'unité	66€
1 bouteille d'eau minérale	6,40€
3 cafés à 1,20€ l'unité	3,60€
Sous-total	76€
Service 5,5% du sous total	4,18€
Total	80,18€

4ème : Ligne « Eau minérale »

On sait que le sous total est de 76€ et qu'il est égal à la somme des menus, des cafés et de l'eau.

On a donc :

$Menus + Eau\ minérale + Cafés = Sous\ total$

$66 + Eau\ minérale + 3{,}60 = 76$

$Eau\ minérale = 76 - 66 - 3{,}6 = 6{,}4€$

L'eau minérale coûte donc 6,40€.

5ème : Ligne « Total »

Le total est égal au sous-total auquel on ajoute le prix du service, soit

$total = 76 + 4{,}18 = \mathbf{80{,}18}€$

Exercice 3 : Probabilités

Dans quel pot Antoine a-t-il le plus de chances de tomber sur un bonbon à la fraise ?

Soit « F » l'événement « tomber sur un bonbon à la fraise ».

Dans le pot au **couvercle rouge**, il y a 6 + 10 = 16 bonbons. Antoine a donc 6 chances sur 16 de tomber sur un bonbon à la fraise. On a donc : $\boldsymbol{p(F)} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{16}} = \mathbf{0,375.}$

Dans le pot au **couvercle bleu**, il y a 8 + 14 = 22 bonbons. Antoine a 8 chances sur 22 de tomber sur un bonbon à la fraise. On a donc $\boldsymbol{p(F)} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{22}} \approx \mathbf{0,364} < 0{,}375.$

Rappel : Vocabulaire

Ici, il faut **comparer** la probabilité de tomber sur un bonbon à la fraise dans chaque boite. Pour faciliter la rédaction, il est utile de nommer l'événement « tomber sur un bonbon à la fraise ».

« **F** » est l'événement : « bonbon à la **F**raise »

« **p(F)** » désigne la probabilité de l'événement F

La probabilité d'avoir un bonbon à la fraise dans la boite au couvercle bleu est donc inférieure à la probabilité d'avoir un bonbon à la fraise dans la boite au couvercle rouge.

On en déduit qu'Antoine a plus de chances de tomber sur un bonbon à la fraise dans le pot au couvercle rouge que dans le pot au couvercle bleu.

Rappel : Comparaison de probabilités

Un probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

Si la probabilité d'un événement vaut 1, on est sûr que l'événement se produira.

Si la probabilité d'un événement vaut 0, on est sûr que l'événement ne se produira pas.

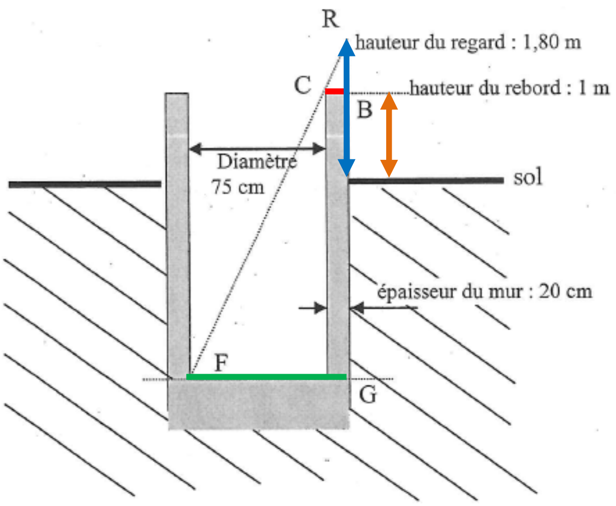
Parmi deux événements, l'événement **le plus probable** est l'événement qui a la probabilité **la plus forte**.

Activités géométriques

Exercice 1 : Cas pratique

1/ Trouvons les longueurs CB, FG et RB en mètres :

Voici le schéma donné dans le sujet.



Rappel : Unités

Quand on additionne ou soustrait deux longueurs, il est **obligatoire** que ces longueurs soient exprimées dans la **même unité** :

$$cm + cm \rightarrow \boldsymbol{OK}$$
$$m + m \rightarrow \boldsymbol{OK}$$
$$cm + m \rightarrow \boldsymbol{Interdit}$$
$$m + cm \rightarrow \boldsymbol{Interdit}$$

Calcul de CB

Sur ce schéma, on voit que CB (en rouge) est la longueur qui correspond à l'épaisseur du mur. En lisant le graphique, on se rend compte que l'épaisseur du mur est de 20 cm. Or, il faut donner les longueurs en mètres. Convertissons.

m	dm	cm	mm
0,	2	0	

Donc $CB = 0{,}2\ m$

Calcul de FG

Sur ce schéma, on voit que FG (en vert) est la longueur du fond du puits (donc du diamètre du puits) auquel on ajoute l'épaisseur du mur (que l'on vient de calculer). Enfin, il faut s'assurer que le diamètre et l'épaisseur du mur sont exprimés dans la même unité (ici en centimètres).
On trouve donc $FG = Diamètre\ du\ puits + Epaisseur\ du\ mur = 75 + 20 = 95$ cm.
Enfin, il faut donner le résultat en mètres. Convertissons.

m	dm	cm	mm
0,	9	5	

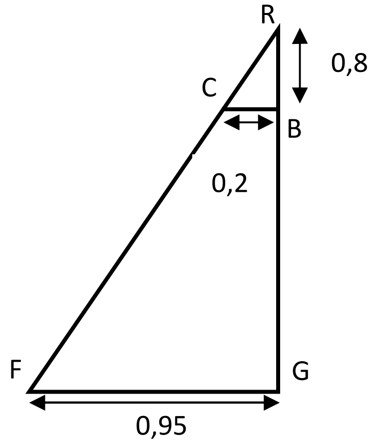
Donc $FG = 0{,}95\ m$

Calcul de RB

Le point R désigne la hauteur des yeux (regard) du berger. Les yeux du berger sont donc à 1,80 m du sol (flèche bleue). Le point B désigne la hauteur du rebord du puits. Il se situe à 1 m du sol (flèche orange). La longueur RB est la **différence** de hauteur entre la hauteur des yeux du berger et la hauteur du rebord du puits. Enfin, on s'assure que les deux longueurs sont exprimées dans la même unité (ici les mètres, comme demandé, pas besoin de convertir). On a donc $RB = 1{,}8 - 1 = 0{,}8\ m$

2/ Trouvons la longueur BG du puits

Le schéma est un peu compliqué. Grâce à la question 1/, il est possible de le « simplifier » sous la forme suivante:



Pas de panique :
Ici, on se retrouve dans une situation bien connue en cours, où on travaille dans un triangle

Rappel : Démonstration
On sait que : On y met les **informations** nécessaires
Or : On écrit la **propriété** utilisée
Donc : On écrit la **conclusion**

Ici, il faut **observer**. Il faut trouver BG. Deux pistes sont possibles :
- Puisque le puits est vertical et que le fond du puits est horizontal, on déduit que $(FG) \perp (RG)$.
Il est possible d'utiliser Pythagore pour calculer RG (puis BG). Mais, on ne connaît pas RF.
Il nous manque donc des informations pour trouver RG grâce à Pythagore.
- Puisque le fond et le rebord du puits sont tous les deux horizontaux, on déduit que $(FG)//(CB)$.
Il est donc possible d'utiliser Thalès pour calculer RG (puis BG). On connaît CB, RB et FG.
Nous avons les informations nécessaires pour trouver RG grâce à **Thalès**.

Démonstration:
On sait que le fond du puits et le rebord du puits sont horizontaux. On en déduit que $(FG)//(CB)$.
De plus, les points R, C et F d'une part et R, B et G d'autre part sont alignés et dans cet ordre.
Or, d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{RB}{RG} = \frac{RC}{RF} = \frac{BC}{GF}$ (ou les trois égalités suivantes: $\frac{RB}{RG} = \frac{RC}{RF}$, $\frac{RB}{RG} = \frac{BC}{GF}$ et $\frac{RC}{RF} = \frac{BC}{GF}$)
On cherche RG et on connait RB, CB et FG, on a donc intérêt à utiliser la deuxième équation : $\frac{RB}{RG} = \frac{BC}{GF}$.
Donc $RG = \frac{RB \times GF}{BC} = \frac{0{,}8 \times 0{,}95}{0{,}2} = 3{,}8$.
Enfin, on demande la hauteur du puits (la longueur BG).
On sait que R, B et G sont alignés.
Or, $RG = RB + BG$, d'où $BG = RG - RB = 3{,}8 - 0{,}8 = 3$.
Donc la hauteur de ce puits est de 3 mètres.

Rappel : Thalès
Il est **interdit** d'utiliser le théorème de Thalès si on ne dit pas que les **droites** sont **parallèles**

Autre possibilité : Trigonométrie (Important : Rappeler qu'on travaille dans des triangles rectangles)
On sait que RBC est rectangle en B. Donc $\tan(\widehat{BRC}) = \frac{BC}{RB} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = \frac{1}{4}$
On sait que RFG est rectangle en G. Donc $\tan(\widehat{GRF}) = \tan(\widehat{BRC}) = \frac{1}{4} = \frac{FG}{RG} = \frac{0{,}95}{RG} \rightarrow RG = \frac{4 \times 0{,}95}{1} = 3{,}8$

3/ Le berger aura-t-il assez d'eau pour ses moutons ?

On sait que le puits a une forme cylindrique.
Le volume d'un cylindre est donné par l'expression suivante : $V = \pi \times r^2 \times h$
avec r, le rayon du cylindre et h, sa hauteur.

Attention : Unités
Il faut s'assurer que R et h soient tous les deux dans la même unité (m):
$m^2 \times m = m^3$
$cm^2 \times cm = cm^3$

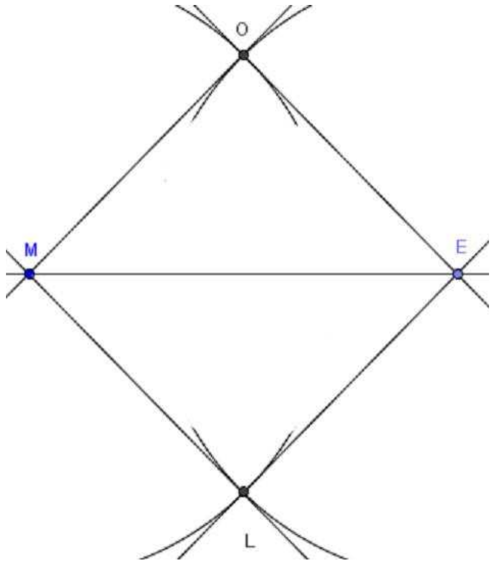
Astuce :
La hauteur d'eau ne peut pas être supérieure à la hauteur du puits (sinon, il déborderait). On a trouvé la hauteur du puits égale à 3 mètres et l'énoncé nous dit que la hauteur d'eau est de 2,6 mètres. C'est logique et rassurant. On peut ici se dire que 3 mètre est possible !!!

Attention : Logique
Pour calculer le volume d'eau dans le puits, il faut prendre la hauteur d'eau ET PAS la hauteur du puits (il faudra donc utiliser $\boldsymbol{h = 2,6}$ et pas $h = 3$) !!!

Le volume d'eau est donc $V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times \left(\frac{Diamètre}{2}\right)^2 \times h = \pi \times \left(\frac{0,75}{2}\right)^2 \times 2,6 \approx 1,15 > 1\ m^3$.
Il y a donc plus de 1m³ d'eau dans le puits, le berger peut donc abreuver son troupeau.

Exercice 2 : Parallélogrammes

1/ Reproduisons ce quadrilatère :



Méthode de construction (il en existe d'autres)
1/ Prendre un point au hasard: Point M
2/ Tracer une droite qui passe par M
3/ Avec le compas (ouverture de 5,6 cm),
placer le point E tel que $ME = 5,6cm$
4/ Avec le compas (ouverture de 4 cm),
placer les points O et L de chaque côté de la droite (ME) pour que $MO = OE = EL = LM = 4cm$
5/ Tracer les droites (MO), (OE), (EL) et (LM)

2/ Démontrons que OELM est un losange :

Grâce aux indications données par la figure, **on sait que** $MO = OE = EL = LM$.
Or, si tous les côtés d'un quadrilatère ont la même longueur, alors ce quadrilatère est un losange.
Donc OELM est un losange.

Rappels : Parallélogrammes et parallélogrammes particuliers (rectangles, losanges et carrés)
TOUS les parallélogrammes sont des quadrilatères (4 côtés)
Les côtés opposés d'un parallélogramme ont des longueurs identiques et sont parallèles
Les angles opposés d'un parallélogramme ont la même valeur. Les diagonales se coupent en leur milieu.

Les rectangles, losanges et carrés sont des parallélogrammes et ont, en plus, les propriétés ci-dessous :

	Longueur côtés	Angle entre les côtés	Longueur diagonales	Angle entre les diagonales
Rectangle	Différentes	**Angle droit**	**Identiques**	Inconnu
Losange	**Identiques**	Inconnu	Différentes	**Angle droit**
Carré	**Identiques**	**Angle droit**	**Identiques**	**Angle droit**

3/ OELM est-il un carré ou seulement un losange ?

Pythagore ou sa réciproque ?
Théorème de Pythagore :
Condition : Triangle rectangle
Objectif : Calculer des longueurs

Réciproque de Pythagore :
Condition : Connaître les longueurs des 3 côtés du triangle
Objectif : Prouver qu'un triangle est rectangle

Si OELM est un carré, alors ses côtés se coupent à angle droit.
Donc, si OELM est un carré, alors le triangle MLE est rectangle en L.

Nous cherchons ici à savoir si MLE est ou non un triangle rectangle, nous allons donc utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

On sait que $LE = LM = 4cm$ et que $ME = 5{,}6cm$.
Or, **si** MLE est un triangle rectangle alors $ME^2 = LE^2 + LM^2$

Calculons séparément. **D'une part**, on a :

$$ME^2 = 5{,}6^2 = 31{,}36$$

D'autre part, on a :

$$LE^2 + LM^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

Ici, on constate que $\boldsymbol{ME^2 \neq LE^2 + LM^2}$. On en déduit que MLE n'est pas un triangle rectangle.
Donc OELM n'est pas un carré. C'est donc Charlotte qui a raison.

Problème

Partie 1 : Rectangle

1/ Calculons la longueur et la largeur de ce rectangle :

Nous avons deux longueurs à trouver. Ce sont donc **deux inconnues**.
De plus, nous avons deux informations sur ce rectangle :
- la longueur est le double de la largeur
- le périmètre est de 96 mètres

Nous allons devoir résoudre un système de deux équations à deux inconnues.

Méthode :
1/ On donne une lettre à chaque inconnue (si possible facile à retenir)
2/ Traduire chaque information donnée en équation : **1 information = 1 équation**

Soit « L » la longueur du rectangle et « l » sa largeur.

Rappel : Géométrie du rectangle :
- Périmètre (Contour) : $P = 2l + 2L$
- Aire (Surface) : $A = L \times l$

Traduisons chaque information :
la longueur est le double de la largeur : $L = 2 \times l$
le périmètre est de 96 mètres : $2 \times l + 2 \times L = 96$

On obtient le système suivant : $\begin{cases} L = 2 \times l \\ 2l + 2L = 96 \end{cases}$

Astuce :
Avant de commencer à calculer, il vaut mieux **observer** le système. Cela facilite les choses. Ici, on sait déjà que $2l = L$. Il est possible de remplacer L par $2l$ dans la deuxième équation.

On remplace L par $2l$ dans la deuxième équation :
$2l + 2 \times (2l) = 96$
$2l + 4l = 96$
$6l = 96$
$l = \frac{96}{6} = 16$
On remplace l par 16 dans la première équation : $L = 2l = 2 \times 16 = 32$

Conseil brouillon : Vérification :
Avec $l = 16$ et $L = 32$
Equation 1 : $2l = 2 \times 16 = 32 = L$ → **OK**
Equation 2 : $2l + 2L = 2 \times 16 + 2 \times 32 = 32 + 64 = 96$ → **OK**

Le couple (32 ; 16) est solution du système.
La longueur du rectangle est de 32 mètres et sa largeur est de 16 mètres.

2/ Calculons l'aire de ce rectangle

On sait que ce rectangle a pour largeur 16 mètres et pour longueur 32 mètres.
On a donc : $A = L \times l = 32 \times 16 = 512m^2$.
La surface de ce rectangle est donc de 512 m².

Partie 2 : Carré

On sait que la forme étudiée est un carré de périmètre égal à 96 mètres.
Or, tous les côtés d'un carré ont même longueur.
Soit « a » la longueur de chaque côté du carré. On a

$P = 4a = 96$

$a = \frac{96}{4} = 24$

Rappel : Géométrie du carré :
- Périmètre (Contour) : $P = 4a$
- Aire (Surface) : $A = a \times a = a^2$

Le côté du carré est de 24 mètres. On déduit l'aire de ce carré : $A = a^2 = 24^2 = 576m^2$.
Un carré de 96 mètres de périmètre a une aire de 576m².

Partie 3 : Hexagone régulier

1/ Calculons OH (en mètres)

Méthode 1 : Théorème de Pythagore

On sait que le périmètre du champ est de 96 mètres. L'hexagone régulier présente six côtés de longueurs identiques. Chaque côté a pour longueur $h = \frac{96}{6} = 16$ mètres. Donc $AB = 16$ mètres.
De plus, on sait qu'OBA est équilatéral et que [OH] est une hauteur de ce triangle.
Donc $(\boldsymbol{OH}) \perp (\boldsymbol{AB})$ **et** $OA = OB = AB = 16$ mètres.
De plus, dans un triangle équilatéral, les hauteurs coupent les côtés en leurs milieux. Donc $AH = HB = \frac{AB}{2} = \frac{16}{2} = 8$.

Rappel : Pythagore
Il est **interdit** d'utiliser le théorème de Pythagore si on ne dit pas que le **triangle est rectangle**

Or, dans le triangle d'après le théorème de Pythagore, HOB, rectangle en H, on a :

$OB^2 = HB^2 + OH^2$

$OH^2 = OB^2 - HB^2$

$OH^2 = 16^2 - 8^2 = 256 - 64 = 192$

$OH = \sqrt{192} \approx 13{,}86$ ou $OH = -\sqrt{192} \approx -13{,}86$

Or, puisque OH est une longueur, le résultat ne peut être que positif. On en déduit que $\underline{OH = 13{,}86m.}$

Méthode 2 : Trigonométrie

On sait que le périmètre du champ est de 96 mètres. L'hexagone régulier présente six côtés de longueurs identiques. Chaque côté a pour longueur $h = \frac{96}{6} = 16$ mètres. Donc $AB = 16$ mètres.
De plus, on sait qu'OBA est équilatéral et que [OH] est une hauteur de ce triangle.
On a donc $(\boldsymbol{OH}) \perp (\boldsymbol{AB})$, donc HBO est rectangle en H.
De plus, $OA = OB = AB = 16$ mètres et $\widehat{ABO} = 60°$.

Rappel : Trigonométrie
Il est **interdit** d'utiliser la trigonométrie si on ne dit pas que le **triangle est rectangle**

Rappel : CAH SOH TOA
Cosinus = Adjacent / Hypoténuse
Sinus = Opposé / Hypoténuse
Tangente = Opposé / Adjacent

En résumé :
Dans le triangle HOB rectangle en H, on connaît donc
la longueur de l'**hypoténuse :** $OB = 16$ mètres.
On connait l'angle $\widehat{ABO} = \widehat{HBO} = 60°$.
On cherche OH, la longueur du côté **opposé** à l'angle $\widehat{HBO}$.

$$\sin(\widehat{HBO}) = \frac{OH}{OB}$$
$$OH = OB \times \sin(\widehat{HBO})$$
$$OH = 16 \times sin\ (60) \approx 13{,}86m.$$

Attention aux arrondis demandés :
- Au centième : 2 chiffres après la virgule
- Au dixième : 1 chiffre après la virgule
- A l'unité : arrondi à la virgule

On en déduit que $OH = 13{,}86$ mètres, arrondi au centième près.

2/ Trouvons l'aire du triangle OBA

Rappel : Géométrie du triangle :
Aire (Surface) : $A = \frac{Base \times Hauteur}{2}$

On vient de trouver la hauteur OH du triangle OAB.
Il suffit d'appliquer la formule $A = \frac{Base \times Hauteur}{2} = \frac{AB \times OH}{2} = \frac{16 \times 13{,}86}{2} = 110{,}9m^2$, arrondi au dixième.
L'aire du triangle OAB est de 110,9m², arrondi au dixième.

3/ Trouvons l'aire de l'hexagone régulier :

L'hexagone régulier est composé de 6 triangles ayant tous la même surface que celle du triangle OAB.
On trouve donc l'aire de l'hexagone régulier : $A(hexagone) = 6 \times A(OAB) = 6 \times 110{,}9 \approx 665m^2$.
L'aire du champ en forme d'hexagone serait donc de 665m², arrondi à l'unité.

Partie 4 : Octogone régulier

1/ Vérifions que MN = 12mètres

Le champ doit faire un périmètre de 96 mètres et avoir la forme d'un octogone régulier (8 côtés de même longueur). Si on appelle « o » la longueur d'un des côtés de cet octogone, on a :
$8o = 96$
$o = \frac{96}{8} = 12$m
Chaque côté a donc une longueur de 12 mètres. On en déduit que MN a une longueur de 12 mètres.

2/ Construisons la figure demandée

Réflexion : Avant de commencer à construire la figure, réfléchissons : :
- La forme du champ est un octogone régulier, chacun des angles au centre vaut $\alpha = \widehat{MIN} = \frac{360}{8} = 45°$.
- On sait aussi que le triangle IMN est isocèle en I, donc $\widehat{INM} = \widehat{IMN}$
- Enfin, la somme des angles d'un triangle est de 180°, donc $180 = \widehat{MIN} + \widehat{INM} + \widehat{IMN}$
Donc $180 = 45 + \widehat{INM} \times \widehat{INM} = 45 + 2 \times \widehat{INM}$.
$$\widehat{INM} = \widehat{IMN} = \frac{180 - 45}{2} = 67{,}5°$$
- Pour placer K, on peut se dire qu'il faut tracer la hauteur au triangle IMN issue de I.
Or, dans un triangle isocèle, la hauteur du côté de « base » ([MN]) est la médiatrice de ce côté.
Il est donc pus simple de tracer la médiatrice de [MN].

Méthode de construction

0/ Respecter l'échelle imposée : 1 centimètre pour 3 mètres

	Distance schéma (cm)	Longueur (m)
Information donnée	**1**	**3**
Information demandée	$\frac{\mathbf{1\times 12}}{\mathbf{3}} = \mathbf{4\ cm}$	**Longueur MN : 12**

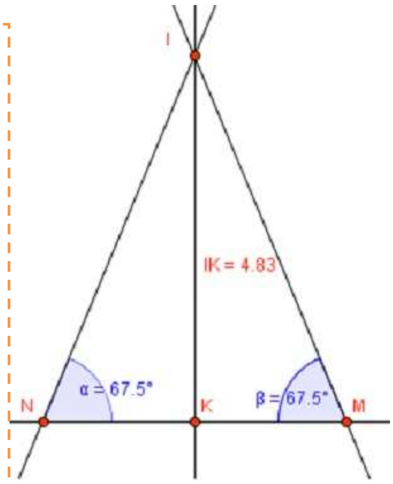
1/ Placer au hasard un point M et tracer une droite passant par M

2/ Avec le compas (ouverture de 4 centimètres), placer le point N

3/ Avec le rapporteur, tracer la demi-droite issue de M telle que $\widehat{NMI} = 67{,}5°$ et la demi-droite issue de N telle que $\widehat{MNI} = 67{,}5°$

4/ Placer I, point d'intersection des demi-droites [MI) et [NI).

5/ Tracer la médiatrice à [MN] et placer K, milieu de [MN].



3/ Mesurons la longueur IK et trouvons la longueur correspondante

Su le schéma, on constate qu'IK mesure 4,83 cm. Or, l'échelle est de 1 cm pour 3 m. On a donc :

	Distance schéma (cm)	Longueur (m)
Information donnée	**1**	**3**
Information demandée	$\mathbf{4,83}$	$\frac{\mathbf{4,83\times 3}}{\mathbf{1}} = \mathbf{14,49}m$

Dans la réalité, IK mesure environ 14,49 mètres.

Attention : Arrondis :
A partir d'ici, aucun arrondi n'est demandé. Il est possible d'arrondir où on souhaite mais il faut veiller à respecter l'arrondi qu'on s'est soi-même fixé.

4/ Calculons l'aire de MIN puis celle de l'octogone régulier

On vient de trouver la hauteur IK du triangle MIN.
Il suffit d'appliquer la formule $A = \frac{Base\times Hauteur}{2} = \frac{MN\times IK}{2} = \frac{12\times \mathbf{14,49}}{2} \approx 86{,}9m^2$, arrondi au dixième.
Enfin l'octogone régulier est composé de 8 triangles ayant tous la même surface que celle du triangle MIN. L'aire de l'octogone régulier est donc : $A(octogone) = 8\times A(MIN) = 8\times 86{,}9 \approx 695m^2$.
L'aire du champ en forme d'hexagone serait donc de 695m², arrondi à l'unité.

Astuce : Lire l'énoncé
L'énoncé dit la chose suivante : « Les recherches ont permis à Rémy de remarquer que l'aire d'un polygone régulier semble augmenter quand on augmente de nombre de côtés ». C'est donc **rassurant** d'obtenir le résultat suivant : $A(carré) < A(hexagone) < A(octogone)$

Partie 5 : Cercle

Rappel : Géométrie du cercle :
- Périmètre (contour): $P = 2\times\pi\times r$
- Aire (Surface) : $A = \pi\times r^2$

1/ Trouvons le rayon de ce cercle

On sait que le périmètre du cercle est de 96 mètres. On a donc :
$2\pi r = 96 \qquad r = \frac{96}{2\pi} \approx 15{,}28$
Le cercle a donc un rayon d'environ 15,28 mètres.

2/ Trouvons l'aire de ce disque
On vient de trouver le rayon du cercle (qui est le même que le rayon du disque).
Il suffit d'utiliser la formule $A = \pi\times r^2$. On a donc : $A = \pi\times \mathbf{15,28}^2 \approx 733{,}49$
L'aire de ce disque est donc d'environ 733m².