

Exercice 2 :

a) L' équation admet une seule solution lorsque son discriminant $\Delta = (m + 1)^2 - 16$ est nul.

$$\text{Or, } \Delta = 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 = 16 \Leftrightarrow m = 3 \text{ ou } m = -5.$$

Ainsi, l' équation admet une seule solution pour $m = 3$ ou $m = -5$.

Pour $m = 3$: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$

Ainsi, 2 est la solution de l' équation.

Pour $m = -5$: $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2.$

Ainsi, -2 est la solution de l' équation.

b) L' équation n'admet aucune solution lorsque son discriminant Δ est strictement négatif.

$$\text{On résout : } \Delta < 0 \Leftrightarrow (m + 1)^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow (m-3)(m+5) < 0.$$

$(m-3)(m+5)$ est un trinôme du second degré (la variable est m) sous forme factorisée ; il admet pour racines -5 et 3 et le coefficient du terme en m^2 est $a = 1$. Comme $a > 0$, d'après le cours, le trinôme est de signe négatif à l'intérieur des racines donc pour $m \in]-5 ; 3[$.

L' équation n'admet aucune solution lorsque $m \in]-5 ; 3[$.