

Activité n°1 : Présentation des puissances de 10

A) Exposants positifs

1) Compléter en suivant le modèle.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$ <div style="text-align: center; margin-left: 50px;"> $\underbrace{\hspace{10em}}$ 3 zéros </div>		on dit que 10^3 est une puissance de 10 et que 3 est l'exposant
---	--	---

$10^2 = \dots = \dots$ $10^7 = \dots = \dots$

$10^4 = \dots = \dots$ $10^6 = \dots = \dots$

2) Ecrire en lettre les puissances de dix suivantes

10^3 : 10^5 :

10^7 : 10^{10} :

3) Ecrire sous forme de puissance de 10 :

un million : cent millions :

dix mille : un milliard :

4) On retiendra la règle suivante

- Si n est un entier positif alors $10^n = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- en particulier, si $n \geq 2$ alors $10^n = 10 \times \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$

Que vaut : 10^1 ? et 10^0 ?

B) Exposants négatifs

3 zéros après le 1

3 zéros avant le 1

1) On a vu que : $10^3 = 1\ 000$ d'où l'idée de poser $10^{-3} = 0,001$

De la même manière, compléter :

$10^{-2} = \dots\dots\dots$ $10^{-4} = \dots\dots\dots$ $10^{-3} = \dots\dots\dots$

$10^{-1} = \dots\dots\dots$ $10^{-5} = \dots\dots\dots$ $10^{-6} = \dots\dots\dots$

2) Ecrire sous forme de puissance de 10 :

un dixième : un cent-millième :

un centième : un milliardième :

3) Ecrire en lettre :

10^{-3} :

10^{-5} :

10^{-4} :

10^{-6} :

4) Compléter en suivant le modèle

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 = 10^{-2}$$

$\frac{1}{10^3} = \dots\dots\dots$

$\frac{1}{10^7} = \dots\dots\dots$

$\frac{1}{10^5} = \dots\dots\dots$

$\frac{1}{10^4} = \dots\dots\dots$

5) Compléter : 10^{-2} est l' de 10^2 car $10^{-2} \times 10^2 = \dots\dots\dots$

De même , 10^{-4} est l' de 10^4 et 10^{-n} est l' de 10^n

6) On retiendra la règle suivante (à compléter)

- Si n est un entier positif alors $10^{-n} = \underbrace{0,0,\dots,01}_{n \text{ zéros}} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$
- 10^{-n} et 10^n sont l'un de l'autre .

Activité n°2 : Opérations sur les puissances de 10

Partie I : m et n désignent deux entiers positifs

A) Produit

1) Compléter en suivant le modèle.

$$10^3 \times 10^2 = 1\,000 \times 100 = 100\,000 = 10^5$$

- $10^4 \times 10^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $10^2 \times 10^1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $10^3 \times 10^3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $10^5 \times 10^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2) Conjecturer : « Multiplier des puissances de 10 revient à
 d'où la formule : $10^n \times 10^m = \dots\dots\dots$ »

3) Exemple : Ordinateurs

Calculer le nombre d'additions effectuées par 10 ordinateurs pendant 1000s sachant que chaque ordinateur effectuant 100 millions d'additions par seconde

B) Quotient

1) Compléter en suivant le modèle.

$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{100\,000}{100} = 1\,000 = 10^3$$

- $\frac{10^6}{10^4} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $\frac{10^4}{10^2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $\frac{10^5}{10^1} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- $\frac{10^6}{10^3} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2) Conjecturer « Diviser des puissances de 10 revient à
 d'où la formule : $\frac{10^n}{10^m} = \dots\dots\dots$

3) Exemple : utopie

Un prince partage dix milliards d'euros entre un million de sujets.
 Combien chacun d'eux reçoit-il ?

C) Puissance d'une puissance

$$(10^3)^2 = 10^3 \times 10^3 = 10^6$$

1) Compléter en suivant le modèle

$(10^4)^2 = \dots = \dots$

$(10^3)^4 = \dots = \dots$

$(10^5)^2 = \dots = \dots$

$(10^2)^5 = \dots = \dots$

2) Deviner la formule : $(10^n)^m = \dots$

3) Exemple : astronomie

D'après certains astronomes, dans un cube centré au Soleil et de 10^{15} km de cotés on compterait une centaine d'étoiles. Calculer en km^3 le volume du cube.

Partie II : Les mathématiciens ont démontré que les formules

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \quad (10^n)^m = 10^{n \times m} \quad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

sont vraies pour des exposants positifs ou négatifs.

1) Compléter

$a = 10^{-3} \times 10^{-2} = \dots \quad b = 10^5 \times 10^{-3} = \dots \quad c = 10^4 \times 10^{-6} = \dots$

$d = \frac{10^3}{10^4} = \dots \quad e = \frac{10^{-7}}{10^{-3}} = \dots \quad f = \frac{10^{-2}}{10^3} = \dots \quad g = \frac{1}{10^4} = \dots$

$h = (10^2)^3 = \dots \quad i = (10^{-4})^3 = \dots \quad j = (10^{-2})^{-3} = \dots \quad k = (10^2)^{-6} = \dots$

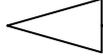
2) Exemples de calcul

- a) Quelle est la hauteur en m d'un paquet de 10 000 feuilles, chacune ayant une épaisseur de 10^{-2} cm ?
- b) Un virus de 10^{-7} m de diamètre est combien de fois plus petit qu'une cellule de 10×10^{-6} m de diamètre ?
- c) Combien y a-t-il de grains de sable dans un quintal de sable, chaque grain pesant, en moyenne, 10^{-1} mg ?

Activité n°1 : Présentation des puissances de 10

C) Exposants positifs

1) Compléter en suivant le modèle.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$  3 zéros		On dit que 10^3 est une puissance de 10 et que 3 est l'exposant
--	---	---

$$10^2 = 10 \times 10 = 100 \quad 10^7 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000\ 000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000 \quad 10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000\ 000$$

2) Ecrire en lettre les puissances de dix suivantes

$$10^3 : \text{mille} \quad 10^5 : \text{cent-mille}$$

$$10^7 : \text{dix millions} \quad 10^{10} : \text{dix milliards}$$

3) Ecrire sous forme de puissance de 10 :

$$\text{un million} : 10^6 \quad \text{cent millions} : 10^8$$

$$\text{dix mille} : 10^4 \quad \text{un milliard} : 10^9$$

4) On retiendra la règle suivante

<ul style="list-style-type: none">Si n est un entier positif alors $10^n = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$en particulier, si $n \geq 2$ alors $10^n = 10 \times \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$

Que vaut : 10^1 ? et 10^0 ? $10^1 = 10$ (un chiffre 1 avec un zéro à droite) et $10^0 = 1$ (un chiffre 1 sans zéro à droite)

D) Exposants négatifs

3 zéros après le 1

3 zéros avant le 1

1) On a vu que : $10^3 = 1\ 000$ d'où l'idée de poser $10^{-3} = 0,001$

De la même manière, compléter :

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

$$10^{-6} = 0,000001$$

2) Ecrire sous forme de puissance de 10 :

un dixième : 10^{-1}

. un cent-millième : 10^{-5}

un centième : 10^{-2}

un milliardième : 10^{-9}

3) Ecrire en lettre :

10^{-3} : un millième

10^{-5} : un cent-millième

10^{-4} : un dix-millième

10^{-6} : un millionième

4) Compléter en suivant le modèle

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 = 10^{-2}$$

$$\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001 = 10^{-3}$$

$$\frac{1}{10^7} = \frac{1}{10\ 000\ 000} = 0,000\ 0001 = 10^{-7}$$

$$\frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\ 000} = 0,000\ 01 = 10^{-5}$$

$$\frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\ 000} = 0,0001 = 10^{-4}$$

5) Compléter : 10^{-2} est l' **inverse** de 10^2 car $10^{-2} \times 10^2 = 0,01 \times 100 = 1$

De même , 10^{-4} est l' **inverse** de 10^4 et 10^{-n} est l' **inverse** de 10^n

6) On retiendra la règle suivante (à compléter)

• Si n est un entier positif alors $10^{-n} = \underbrace{0,0,\dots,0}_{n \text{ zéros}}1 = \frac{1}{10^n}$

• 10^{-n} et 10^n sont **inverses** l'un de l'autre mais n et -n sont des **opposés**.

Activité n°2 : Opérations sur les puissances de 10

Partie I : m et n désignent deux entiers positifs

D) Produit

1) Compléter en suivant le modèle.

$$10^3 \times 10^2 = 1\,000 \times 100 = 100\,000 = 10^5$$

• $10^4 \times 10^2 = 10\,000 \times 100 = 1\,000\,000 = 10^6$

• $10^2 \times 10^1 = 100 \times 10 = 1\,000 = 10^3$

• $10^3 \times 10^3 = 1\,000 \times 1\,000 = 1\,000\,000 = 10^6$

• $10^5 \times 10^2 = 100\,000 \times 100 = 10\,000\,000 = 10^7$

•

2) Conjecturer : « Multiplier des puissances de 10 revient à **additionner les exposants** d'où la formule : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$ »

3) Exemple : Ordinateurs

Calculer le nombre d'additions effectuées par 10 ordinateurs pendant 1000s sachant que chaque ordinateur effectuant 100 millions d'additions par seconde

$100 \times 10^6 \times 10^3 \times 10 = 10^2 \times 10^6 \times 10^3 \times 10^1 = 10^{12}$ additions sont effectuées

E) Quotient

1) Compléter en suivant le modèle.

$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{100\,000}{100} = 1\,000 = 10^3$$

$$\frac{10^6}{10^4} = \frac{1\,000\,000}{10\,000} = 100 = 10^2$$

$$\frac{10^4}{10^2} = \frac{10\,000}{100} = 100 = 10^2$$

$$\frac{10^5}{10^1} = \frac{100\,000}{10} = 10\,000 = 10^4$$

$$\frac{10^6}{10^3} = \frac{1\,000\,000}{1\,000} = 1\,000 = 10^3$$

Conjecturer « Diviser des puissances de 10 revient à **soustraire les exposants**

d'où la formule : $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

2) Exemple : utopie

Un prince partage dix milliards d'euros entre un million de sujets.

Combien chacun d'eux reçoit-il ?

$(10 \times 10^9) \div 10^6 = \frac{10^{10}}{10^6} = 10^4$.Chacun reçoit 10 000€

F) Puissance d'une puissance

$$(10^3)^2 = 10^3 \times 10^3 = 10^6$$

1) Compléter en suivant le modèle

$$(10^4)^2 = 10^4 \times 10^4 = 10^8$$

$$(10^3)^4 = 10^3 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^3 = 10^{12}$$

$$(10^5)^2 = 10^5 \times 10^5 = 10^{10}$$

$$(10^2)^5 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^{10}$$

2) Deviner la formule : $(10^n)^m = 10^{n \times m}$

3) Exemple : astronomie

D'après certains astronomes, dans un cube centré au Soleil et de 10^{15} km de cotés on compterait une centaine d'étoiles. Calculer en km^3 le volume du cube.

$$(10^{15})^3 = 10^{45} \text{ km}^3 \text{ est le volume du cube}$$

Partie II : Les mathématiciens ont démontré que les formules

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \quad (10^n)^m = 10^{n \times m} \quad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

sont vraies pour des exposants positifs ou négatifs.

1) Compléter

$$a = 10^{-3} \times 10^{-2} = 10^{(-3)+(-2)} = 10^{-5}$$

$$b = 10^5 \times 10^{-3} = 10^{5+(-3)} = 10^2$$

$$c = 10^4 \times 10^{-6} = 10^{4+(-6)} = 10^{-2}$$

$$d = \frac{10^3}{10^4} = 10^{3-4} = 10^{-1}$$

$$e = \frac{10^{-7}}{10^{-3}} = 10^{(-7)-(-3)} = 10^{(-7)+3} = 10^{-4}$$

$$f = \frac{10^{-2}}{10^3} = 10^{(-2)-3} = 10^{(-2)+(-3)} = 10^{-5}$$

$$g = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

$$h = (10^2)^3 = 10^{(2) \times 3} = 10^6$$

$$i = (10^{-4})^3 = 10^{(-4) \times 3} = 10^{-12}$$

$$j = (10^{-2})^{-3} = 10^{(-2) \times (-3)} = 10^6$$

$$k = (10^2)^{-6} = 10^{2 \times (-6)} = 10^{-12}$$

2) Exemples de calcul

a) Quelle est la hauteur en m d'un paquet de 10 000 feuilles, chacune ayant une épaisseur de 10^{-2} cm ?

b) Un virus de 10^{-7} m de diamètre est combien de fois plus petit qu'une cellule de 10×10^{-6} m de diamètre ?

c) Combien y a-t-il de grains de sable dans un quintal de sable, chaque grain pesant, en moyenne, 10^{-1} mg ?

a) $10^4 \times 10^{-2} = 10^2 \text{ cm} = 1 \text{ m}$ est la hauteur du paquet

b) $10^{-7} \div 10^{-5} = 10^{(-7)-(-5)} = 10^{(-7)+5} = 10^{(-2)} = 0,01$ ce qui revient à 100 fois plus petit

c) 1 quintal = 100 kg d'où $10^2 \div 10^{-7} = 10^{2-(-7)} = 10^9$. Il y a un milliard de grains de sable dans un quintal