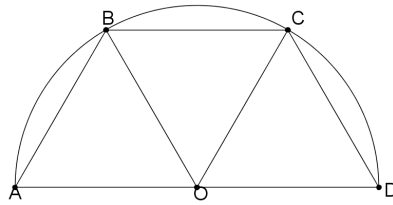


**Exercice 3 :**

$ABCD$  est un demi-hexagone régulier inscrit dans un demi-cercle de rayon 1 :  $AO = AB = 1$



- Justifier que chacun des triangles  $OAB$ ,  $OBC$  et  $OCD$  sont équilatéraux.
- Calculer  $\vec{AO} \cdot \vec{AC}$ ,  $\vec{AO} \cdot \vec{AB}$ ,  $\vec{AO} \cdot \vec{CB}$  et  $\vec{CA} \cdot \vec{CD}$ .
- Construire sur la figure, en expliquant, un point  $E$  tel que  $AE = 1$  et  $\vec{AE} \cdot \vec{AO} = \frac{3}{4}$ . Y-a-t-il plusieurs possibilités ?

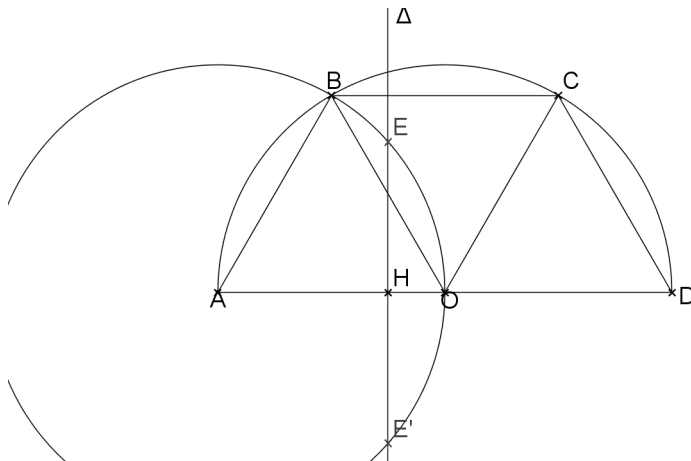
**Exercice 4 :**

$ABH$  est un triangle rectangle en  $H$  tel que  $BH = 2$  et  $AB = 3$ .

$K$  étant le projeté orthogonal de  $H$  sur  $(AB)$ , calculer de deux manières différentes  $\vec{BA} \cdot \vec{BH}$  puis en déduire  $BK$ .

**Exercice 3 :**

- $OA = OB = OC = OD = 1$  car ce sont des rayons du demi-cercle ;  $ABCD$  étant un demi-hexagone régulier,  $AB = BC = CD = 1$  donc les triangles  $OAB$ ,  $OBC$  et  $OCD$  sont équilatéraux.
- $OCD$  étant équilatéral, la hauteur issue de  $C$  est aussi la médiane issue de  $C$  donc le milieu  $I$  de  $[OD]$  est aussi le projeté orthogonal de  $C$  sur  $(OA)$ .  
 $\vec{AO} \cdot \vec{AC} = \vec{AO} \cdot \vec{AI} = AO \times AI$  car  $\vec{AO}$  et  $\vec{AI}$  sont colinéaires de même sens.  
 $\vec{AO} \cdot \vec{AC} = 1 \times 1,5 = 1,5$   
 $\vec{AO} \cdot \vec{AB} = AO \times AB \times \cos(\vec{AO}, \vec{AB}) = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .  
 $OAB$  et  $OBC$  étant équilatéraux,  $OA = OB = AB = OC = BC$  donc le quadrilatère  $OABC$  est un losange, ses côtés opposés sont parallèles :  $\vec{AO}$  et  $\vec{CB}$  sont colinéaires de sens contraire donc  
 $\vec{AO} \cdot \vec{CB} = -OA \times BC = -1$   
 $C$  étant un point du cercle de diamètre  $[AD]$ ,  $ACD$  est un triangle rectangle en  $C$  donc  $\vec{CA}$  et  $\vec{CD}$  sont orthogonaux d'où  $\vec{CA} \cdot \vec{CD} = 0$ .
- Soit  $H$  le projeté orthogonal de  $E$  sur  $(AO)$ , alors les vecteurs  $\vec{AH}$  et  $\vec{AO}$  sont colinéaires et de même sens car leur produit scalaire est positif :  $\vec{AE} \cdot \vec{AO} = \vec{AH} \cdot \vec{AO} = \frac{3}{4}$   
 ainsi  $\vec{AH} \cdot \vec{AO} = AH \times AO = AH \times 1 = \frac{3}{4} \iff AH = \frac{3}{4}$   
 Je place donc  $H$  sur  $[AO]$  avec  $AH = \frac{3}{4}$ , comme  $H$  est le projeté orthogonal de  $E$  sur  $(AO)$ ,  $E$  est un point de la perpendiculaire à  $(AO)$  passant par  $H$ , notée  $\Delta$  sur le dessin. On donne  $AE = 1$  donc  $E$  est situé à l'intersection de  $\Delta$  avec le cercle de centre  $A$  et de rayon 1. Il existe deux possibilités pour placer le point  $E$ , noté  $E$  et  $E'$  sur le dessin.

**Exercice 4 :**

\*  $ABH$  étant un triangle rectangle en  $H$ , le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BH)$  est  $H$  donc  $\vec{BA} \cdot \vec{BH} = \vec{BH} \cdot \vec{BH} = BH^2 = 4$   
 \*  $K$  étant le projeté orthogonal de  $H$  sur  $(AB)$ ,  $\vec{BA} \cdot \vec{BH} = \vec{BA} \cdot \vec{BK} = BA \times BK$  car  $\vec{BA}$  et  $\vec{BK}$  sont colinéaires de même sens.

donc  $\vec{BA} \cdot \vec{BH} = 3 \times BK = 4 \iff BK = \frac{4}{3}$