Calcul d'une intégrale

Propriété :

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$

Si on connaît une primitive F de f sur $[a;b]$

alors on a : $\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

exemples :

1✸ calcul de $I = \int_1^2 \left(x^2 + x - 2\right) dx$

On détermine d'abord une primitive de la fonction que l'on intègre

$$I = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x\right]_1^2$$

$$= \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} - 2\times 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} - 2\times 1\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3} + \frac{4}{2} - 4\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2\right) = \frac{4}{6} + \frac{7}{6} = \frac{11}{6}$$

Attention aux erreurs de signes

2✸ calcul de $J = \int_0^e \frac{1}{x+1}\,dx$

$\ln u$ étant une primitive de $\frac{u'}{u}$ on peut en déduire J :

$$J = [\ln(x+1)]_0^e = \ln(e+1) - \ln(1) = \ln(e+1)$$

3✸ calcul de $K = \int_0^1 e^{3x+2}\,dx$

$$K = \left[\frac{1}{3}e^{3x+1}\right]_0^1 = \frac{1}{3}e^4 - \frac{1}{3}e = \frac{1}{3}\left(e^4 - e\right)$$

$[F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$