Transformation d'écriture

Etude d'un exemple : **méthode par identification**

Soit la fonction f définie sur $D = \mathbb{R} \,/\, \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2x + 4}{x-2}$ (1)

Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout $x \in D$, on ait : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$

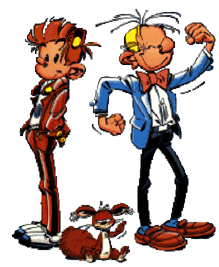
solution :

$$ax + b + \frac{c}{x-2} = \frac{(ax+b)(x-2)+c}{x-2}$$

On réduit au même dénominateur
de manière à retrouver
une forme identique à celle de f

$$= \frac{ax^2 - 2ax + bx - 2b + c}{x-2}$$

$$= \frac{ax^2 + x(-2a+b) - 2b + c}{x-2} \quad (2)$$

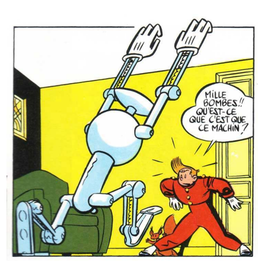


On a regroupé les
puissances de x

Donc $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$

équivaut à : $\dfrac{3x^2 - 2x + 4}{x-2} = \dfrac{ax^2 + x(-2a+b) - 2b + c}{x-2}$ d'après égalités (1) et (2)

Les quotients sont égaux si les polynômes
des numérateurs ont les même coefficients .
En les comparant on obtient
le système suivant :



$$\begin{cases} a = 3 \\ -2a + b = -2 \\ -2b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 12 \end{cases}$$

Donc pour tout $x \in D$: $f(x) = 3x + 4 + \dfrac{12}{x-2}$