

# ENONCE

Voici les tableaux de variations de deux fonctions  $f$  et  $g$ .

$x$	-4	0	1	5	10
$f(x)$	6	3	-2	3	0

$x$	-2	0	3	6	8
$g(x)$	7	4	0	5	12

1. Quels sont les domaines de définition des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $g \circ f$  ?
2. Déterminer les variations de la fonction  $g \circ f$  sur les intervalles  $[-4, 0]$ ,  $[0, 1]$ ,  $[1, 5]$  et  $[5, 10]$ .  
Attention, il faut dans chaque cas voir à quels intervalles appartiennent les valeurs de  $f(x)$ .
3. Dresser le tableau de variations de  $g \circ f$ .

# CORRECTION

1. D'après les tableaux de variations, la fonction  $f$  est définie sur  $[-4, 10]$  et la fonction  $g$  est définie sur  $[-2, 8]$ .

De plus, on a  $f(x) \in [-2, 6]$  donc  $f(x)$  appartient au domaine de définition de  $g$  pour tout  $x \in [-4, 10]$ . Il s'ensuit que  $g \circ f$  est définie sur  $[-4, 10]$ .

2. (a) Sur  $[-4, 0]$

La fonction  $f$  est décroissante sur  $[-4, 0]$  et  $f(x) \in [3, 6]$  pour tout  $x \in [-4, 0]$ .  
Comme  $g$  est croissante sur  $[3, 6]$ , alors  $g \circ f$  est décroissante sur  $[-4, 0]$ .

- (b) Sur  $[0, 1]$

La fonction  $f$  est décroissante sur  $[0, 1]$  et  $f(x) \in [-2, 3]$  pour tout  $x \in [0, 1]$ .  
Comme  $g$  est décroissante sur  $[-2, 3]$ , alors  $g \circ f$  est croissante sur  $[0, 1]$ .

- (c) Sur  $[1, 5]$

La fonction  $f$  est croissante sur  $[1, 5]$  et  $f(x) \in [-2, 3]$  pour tout  $x \in [1, 5]$ .  
Comme  $g$  est décroissante sur  $[-2, 3]$ , alors  $g \circ f$  est décroissante sur  $[1, 5]$ .

- (d) Sur  $[5, 10]$

La fonction  $f$  est décroissante sur  $[5, 10]$  et  $f(x) \in [0, 3]$  pour tout  $x \in [5, 10]$ .  
Comme  $g$  est décroissante sur  $[0, 3]$ , alors  $g \circ f$  est croissante sur  $[5, 10]$ .

3. Pour pouvoir compléter le tableau, il suffit de voir que

- $g \circ f(-4) = g[f(-4)] = g(6) = 5$
- $g \circ f(0) = g[f(0)] = g(3) = 0$
- $g \circ f(1) = g[f(1)] = g(-2) = 7$
- $g \circ f(5) = g[f(5)] = g(3) = 0$
- $g \circ f(10) = g[f(10)] = g(0) = 4$

On en déduit le tableau de variations de  $g \circ f$  sur  $[-4, 10]$ .

$x$	-4	0	1	5	10
$f(x)$	5	0	7	0	4