Correction

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère, P_1 et P_2 sont les paraboles qui représentent respectivement les fonctions $f(x) = 3x^2 - 7x - 20$ et $g(x) = x^2 - 2x + 5$.

1) a) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$

$f(x) = g(x)$ est équivalent à $3x^2 - 7x - 20 = x^2 - 2x + 5$ soit $2x^2 - 5x - 25 = 0$.

Le discriminant du trinôme $2x^2 - 5x - 25$ est égal à 225; on a donc deux racines qui sont $x_1=\frac{5-\sqrt{225}}{4}=\frac{5-15}{4}=\frac{-10}{4}=-\frac{5}{2}$ et $x_2=\frac{5+\sqrt{225}}{4}=\frac{5+15}{4}=\frac{20}{4}=5$.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de P_1 et P_2.

Les abscisses des points d'intersection de P_1 et P_2 sont les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$. On a donc deux points d'intersection d'abscisses respectives $-\frac{5}{2}$ et 5. Les ordonnées de ces points sont respectivement $g(-\frac{5}{2})=\frac{25}{4}-2\times\frac{-5}{2}+5=\frac{65}{4}$ et $g(5)=25-2\times5+5=20$.

2) a) Déterminer le signe de $f(x) - g(x)$ suivant les valeurs de x.

$f(x) - g(x) = 2x^2 - 5x - 25$. Ce trinôme a deux racines $-\frac{5}{2}$ et 5 et il est du signe de 2 à l'extérieur des racines. Ainsi $f(x) - g(x) > 0$ sur $]-\infty;-\frac{5}{2}[\cup]5;+\infty[$ et

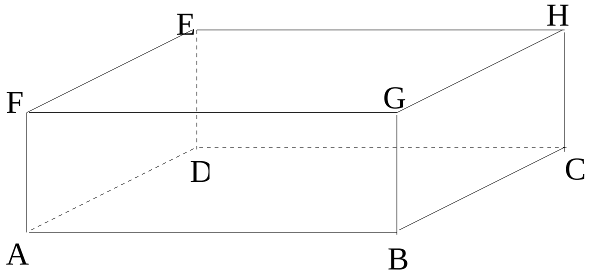
$f(x) - g(x) < 0$ sur $]-\frac{5}{2};5[$.

b) En déduire la position relative des paraboles P_1 et P_2.

P_1 est au dessus de P_2 lorsque $f(x) - g(x) > 0$ et P_1 est en dessous de P_2 lorsque $f(x) - g(x) < 0$.

Remarque : on pourra vérifier les résultats en traçant P_1 et P_2 sur la calculatrice.

Exercice 4



A

BCDEFGH est un parallélépipède rectangle. On appelle I le milieu de $[BD]$.

1) Les points A, I, F et H sont-ils coplanaires ?

Les droites (AC) et (FH) sont parallèles donc coplanaires incluses dans le plan (AFH).

I milieu de $[BD]$ est aussi milieu de $[AC]$, donc I est dans le plan (AFH) et les points A, I, F, H sont coplanaires.

Autrement : on a $\vec{FI}=\vec{FA}+\vec{AI}=\vec{FA}+\frac{1}{2}\vec{AC}=\vec{FA}+\frac{1}{2}\vec{FH}$ ce qui montre que les vecteurs $\vec{FI}$, $\vec{FA}$ et $\vec{FH}$ sont coplanaires et donc que les points A, I, F, H sont coplanaires.

2) Les vecteurs $\vec{FI}$, $\vec{FB}$ et $\vec{FC}$ sont-ils coplanaires ?

Si ces vecteurs étaient coplanaires, les points I, F, B et C le seraient aussi. Comme F n'est pas dans le plan (IBC) les vecteurs $\vec{FI}$, $\vec{FB}$ et $\vec{FC}$ ne sont pas coplanaires.

3) On appelle K le point tel que $\vec{AK}=\frac{1}{3}\vec{AH}$. Démontrer que les points F, K et I sont alignés.

On a d'une part $\vec{FI}=\vec{FA}+\vec{AI}=\vec{FA}+\frac{1}{2}\vec{AC}$

et d'autre part $\vec{FK}=\vec{FA}+\vec{AK}=\vec{FA}+\frac{1}{3}\vec{AH}=\vec{FA}+\frac{1}{3}\vec{AC}+\frac{1}{3}\vec{CH}$ et comme $\vec{CH}=-\vec{FA}$,

$\vec{FK}=\frac{2}{3}\vec{FA}+\frac{1}{3}\vec{AC}$

On vérifie alors facilement que $\vec{FK}=\frac{2}{3}\vec{FI}$ ce qui montre que les points F, K et I sont alignés.