Comment déterminer algébriquement l'équation d'une droite

On considère ici les points $A(2\ ;\ 3)$ et $B(4\ ;\ 9)$

$x_A \neq x_B$ donc (AB) n'est pas "verticale" : son équation est de la forme $y = m\,x + p$

méthode 1 : résolution d'un système

$$\begin{cases} A \in (AB) \\ B \in (AB) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_A = mx_A + p \\ y_B = mx_B + p \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m + p \\ 9 = 4m + p \end{cases} \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} p = 3 - 2m \\ p = 9 - 4m \end{cases}$$

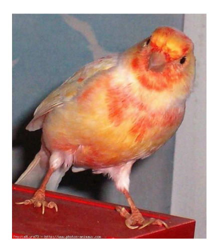
$$\Leftrightarrow \begin{cases} p = 3 - 2m \\ 3 - 2m = 9 - 4m \end{cases} \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} p = 3 - 2m \\ 2m = 6 \end{cases} \qquad \Leftrightarrow \begin{cases} p = -3 \\ m = 3 \end{cases}$$

Donc (AB) a pour équation $y = 3x - 3$

méthode 2 : utilisation de la formule $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

- ***calcul de m :*** $m = \dfrac{9-3}{4-2} = 3$ d'où (AB): $y = 3x + p$
- ***calcul de p :*** $A \in (AB)$ donc : $y_A = 3x_A + p \Rightarrow 3 = 3 \times 2 + p \Rightarrow p = -3$

Donc (AB) a pour équation $y = -3x$ (équation réduite)



méthode 3 : vectoriellement

$$M(x\ ;y) \in (AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ colinéaires}$$

$$\Leftrightarrow XY' - X'Y = 0$$
$$\Leftrightarrow 6(x-2) - 2(y-3) = 0$$
$$\Leftrightarrow 6x - 2y - 6 = 0 \quad \text{(équation cartésienne)}$$