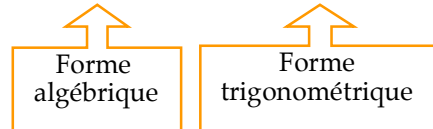


Nombres complexes

Comment déterminer la forme trigonométrique d'un nombre complexe :

Rappel de cours :

Pour $a, b, \theta \in \mathbb{R}$, $r \in \mathbb{R}_+$, et $z \in \mathbb{C}$: $z = a + ib = r(\cos \theta + i \sin \theta)$



$$\text{avec } r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{et } \theta = \arg z \quad (2\pi), \text{ tel que } \begin{cases} \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{cases}$$

Étudions sur un exemple la méthode en détail

Considérons le nombre complexe $z = -\sqrt{3} - 3i$

Il faut d'abord calculer r le module de z

$$r = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-3)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Puis il faut factoriser z par son module r

$$z = 2\sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{3}}i \right) = 2\sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$$

Ensuite il faut déterminer θ grâce au système suivant :

$$\text{On a : } \begin{cases} \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \theta = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{d'où } \theta = \frac{5\pi}{6} \quad (2\pi)$$

On conclut en donnant la forme trigonométrique : $z = 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$