Fiche méthodes

Nombres complexes

Comment déterminer la forme trigonométrique d'un nombre complexe :

Rappel de cours :

Pour $a\,,b\,,\theta\ \in\mathbb{R}\ ,\ r\in\mathbb{R}_+$, et $z\in\mathbb{C}$: $z=\underbrace{a+ib}_{\text{Forme algébrique}}=\underbrace{r(\cos\theta+i\sin\theta)}_{\text{Forme trigonométrique}}$

avec $r=\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}$ et $\theta=\arg z\ \ (2\pi)$, tel que $\begin{cases}\cos\theta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\\ \sin\theta=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\end{cases}$

Étudions sur un exemple la méthode en détail

Considérons le nombre complexe $z=-\sqrt{3}-3i$

Il faut d'abord calculer r le module de z

$$r=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(-3)^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

Puis il faut factoriser z par son module r

$$z=2\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{3}{2\sqrt{3}}i\right)=2\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)$$

Ensuite il faut déterminer θ grâce au système suivant :

On a : $\begin{cases}\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \sin\theta=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$ d'où $\theta=\dfrac{5\pi}{6}\ \ (2\pi)$

On conclut en donnant la forme trigonométrique : $z=2\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{5\pi}{6}+i\sin\dfrac{5\pi}{6}\right)$