Fiche méthodes

Limites d'une fonction irrationnelle

<u>Rappel</u> : f fonction irrationnelle si " elle comporte au moins un radical (du type $\sqrt{u}$) "

Comment résoudre une forme indéterminée dans le cas des fonctions irrationnelles :

Si on se trouve en présence d 'une forme indéterminée, la méthode suivante peut être efficace :

On multiplie et divise par l'expression conjuguée (de manière à pouvoir utiliser l'identité remarquable $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = a-b$ au numérateur ou au dénominateur) , et ensuite on simplifie le quotient obtenu .

ex : soit la fonction f définie sur] 4 ; +∞ [par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$

** **limite en 4***

on a une forme indéterminée du type $\dfrac{0}{0}$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}$$

On multiplie et divise par l'expression conjuguée du numérateur

$$= \frac{x-4}{(x-4)(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

D'où $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = \dfrac{1}{4}$

** **limite en + ∞***

on a une forme indéterminée du type $\dfrac{\infty}{\infty}$

On utilise la même méthode que précédemment et on calcule la limite de f avec la nouvelle expression qui est : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$

Or $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x}+2 = +\infty$

D'où par quotient : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$