

Primitives supplément



Complément 1 : La fonction f de la forme $f = k.u'.e^u$ a pour primitive $F = k.e^u$

exemple 1 :

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{3x} + e^{5x+7}$
Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .

On a directement : $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{1}{5}e^{5x+7} + k$

la dérivée de e^{ax} est $a.e^{ax}$
une primitive de e^{ax} est $\frac{1}{a}e^{ax}$



exemple 2 :

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x-1)e^{x^2-2x+1}$
Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .

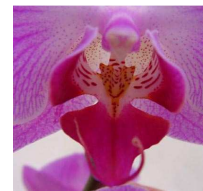
On a : $f(x) = (x-1)e^{x^2-2x+1} = \frac{1}{2}(2x-2)e^{x^2-2x+1}$

On a pu écrire f sous la forme $f = \frac{1}{2}.u'.e^u$ avec $\begin{cases} u(x) = x^2 - 2x + 1 \\ \text{et } u'(x) = 2x - 1 \end{cases}$

On en déduit que : $F = \frac{1}{2}.e^u + C$, $C \in \mathbb{R}$

Les primitives de f sont donc de la forme :

$F(x) = \frac{1}{2}.e^{x^2-2x+1} + C$, $C \in \mathbb{R}$.



Complément 2 :

La fonction f de la forme $f = k \cdot \frac{u'}{u}$ a pour primitive $F = k \cdot \ln(u)$ si u est strictement positive sur l'intervalle étudié .

remarque : une primitive de $f = \frac{u'}{u}$ est : $F = \ln|u|$



exemple 3 :

Soit la fonction f définie sur $] -2; +\infty]$ par : $f(x) = \frac{3}{3x+6}$
 Déterminer une primitive de f sur $] -2; +\infty]$.

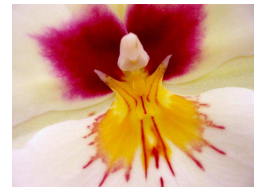
On a : $f(x) = \frac{3}{3x+6}$

f se présente déjà sous la forme $f = \frac{u'}{u}$ avec $\begin{cases} u(x) = 3x+6 \\ \text{et } u'(x) = 3 \end{cases}$

Par conséquent : $F(x) = \ln(3x+6) + k$

exemple 4 :

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{10x-10}{x^2-2x+3}$
 Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .



On a : $f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x+3} = 5 \times \frac{2x-2}{x^2-2x+3}$

On a pu écrire f sous la forme $f = 5 \times \frac{u'}{u}$ avec $u(x) = x^2 - 2x + 1$ et $u'(x) = 2x - 1$

Après avoir vérifié que la fonction u est strictement positive sur \mathbb{R} ,
 on en déduit que : $F = 5 \cdot \ln(u) + C$, $C \in \mathbb{R}$

Par conséquent : $F(x) = 5 \cdot \ln(x^2 - 2x + 1) + C$

