Résolution d'équation contenant des exponentielles

méthode 1 : utilisation du signe de la fonction exponentielle

Soit (E) l'équation à résoudre : $e^{2x+1} = -1$

$\boxed{\text{la fonction exponentielle est une fonction strictement positive sur } \mathbb{R}}$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$: $e^{2x+1} > 0$
Par conséquent, pas de solution pour l'équation.

méthode 2 : on peut remplacer a par $e^{\ln a} = a$

Soit (E) : $e^{x+7} = 5$

$\Leftrightarrow e^{x+7} = e^{\ln 5}$

$\Leftrightarrow x + 7 = \ln 5$ $\qquad \boxed{\text{car } e^a = e^b \Leftrightarrow a = b}$

$\Leftrightarrow x = \ln(5) - 7$

$S = \{\ln(5) - 7\}$

méthode 3 : on peut composer avec la fonction ln

Soit (E) : $e^{3x-6} = 1$

$\Leftrightarrow \ln(e^{3x-6}) = \ln(1)$

$\Leftrightarrow 3x - 6 = \ln 1$ $\qquad \boxed{\text{et } \ln e^X = X}$

$\Leftrightarrow 3x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2$

2 est la seule solution de (E)

méthode 4 : On peut utiliser les propriétés algébriques de la fonction exponentielle

$e^a \times e^b = e^{a+b}$ $\qquad \dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ $\qquad \left(e^a\right)^p = e^{ap}$

Soit (E) : $\dfrac{e^{2x-1}}{e^{x+1}} = 3.\left(e^x\right)^2$

$\Leftrightarrow \quad e^{(2x-1)-(x+1)} = e^{\ln 3}.e^{2x}$

$\Leftrightarrow \quad e^{x-2} = e^{\ln 3 + 2x}$

$\Leftrightarrow \quad x - 2 = \ln 3 + 2x$

$\Leftrightarrow \quad x = -2 - \ln 3$

$S = \{-2 - \ln 3\}$

méthode 5 : on peut utiliser un changement de variable du type $X = e^x$

Soit (E) : $e^{2x} - e^x - 2 = 0$ définie sur $\mathbb{R}$

$(E) \Leftrightarrow \left(e^x\right)^2 - e^x - 2 = 0$

En posant $X = e^x$ on obtient : $X^2 - X - 2 = 0$

$\Delta = 9$

donc deux racines $X_1 = -1$ et $X_2 = 2$

Par conséquent : $(E) \Leftrightarrow \quad e^x = -1$ ou $e^x = 2$

impossible $\qquad x = \ln 2$

$S = \{\ln 2\}$