

Théorème des gendarmes

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si pour } x \text{ assez grand : } u(x) \leq f(x) \leq v(x) \\ \text{et si : } \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = l \end{array} \right\} \text{ alors } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$$

Théorème valable uniquement lorsque x tend vers $+\infty$ ou vers $-\infty$.

exemple :

soit f la fonction définie sur \mathbb{R}_+^* tel que :

$$\text{pour } x > 0 : 3 - \frac{1}{x} \leq f(x) \leq 3 + \frac{1}{x}$$

f est encadrée par deux fonctions

solution :

Sachant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0$, on a :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x} \right) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 + \frac{1}{x} \right) = 3 \end{array} \right\}$$

Les deux fonctions
qui encadrent $f(x)$
tendent vers la
même limite !

Par conséquent $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ d'après le théorème des gendarmes.