Exercice 22

Calculer, en précisant l'intervalle considéré, les dérivées des fonctions suivantes.

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$ $\quad g(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{5}$ $\quad h(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$

$p(x) = \dfrac{1}{2}x^4 - x^3 + \dfrac{5}{3}x$ $\quad q(x) = x + \dfrac{1}{2}\sqrt{x}$ $\quad r(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{2x^3}{3}$

Exercice 23

Calculer, en précisant l'intervalle considéré, les dérivées des fonctions suivantes.

$f(x) = \dfrac{3}{2x}$ $\quad g(x) = x\sqrt{x}$

$p(x) = (x - 3)\left(1 + \dfrac{1}{x^2}\right)$ $\quad q(x) = (x^2 - 3)\sqrt{x}$ $\quad r(x) = (2x + 1)^2$

Exercice 24

Donner un intervalle sur lequel la fonction est dérivable et calculer sa dérivée.

$g(x) = \dfrac{x + 1}{x - 3}$ $\quad q(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1}$ $\quad r(x) = \dfrac{x + 1}{\sqrt{x}}$

Exercice 25

Soit f définie par $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$.

La courbe représentative de f a-t-elle des tangentes parallèles à la droite d'équation $y = -x + 1$?
Si oui en quels points ? Vérifier en traçant la courbe de f avec une calculatrice ou un grapheur.

Exercice 26

Calculer, en précisant l'intervalle considéré, les dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = \left(\dfrac{3x + 1}{2}\right)^3$ $\quad g(x) = (5x - 1)^4$ $\quad p(x) = \sqrt{2x - 3}$

Exercice 27

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$.
Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.
En déduire que f a un minimum et calculer ce minimum.
Retrouver ce résultat en utilisant la forme canonique de $f(x)$.

Exercice 28

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$.
Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de f.
Tacer la courbe représentative de f en utilisant une calculatrice ou un ordinateur.

Exercice 29

Soit f la fonction définie sur $[-4\,;\,2]$ par : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3$

Soit $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité 1cm.
Étudier les variations de f et donner son tableau de variations.
Donner l'équation de la tangente T à la courbe $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse -1.
Étudier le signe de $f(x) - \left(-x - \frac{10}{3}\right)$. En déduire la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à T.
Tracer $(\mathscr{C})$ et T sur un même dessin.
Calculer $f''(x)$ et justifier que $f''(x)$ s'annule et change de signe en -1.

Exercice 30

Soit f la fonction définie sur $[-2\,;\,2]$ par : $f(x) = x^4 - 2x^2$
Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
Donner le tableau de variations de f.
Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité 1cm.

Exercice 31

La courbe représentative d'une fonction f coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 5, coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 1 et a une tangente horizontale en son point de coordonnées $(2\,;\,-3)$.
Est-il possible que f soit une fonction polynôme de degré 2 ? de degré 3 ?

Exercice 32

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1$
Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique dans $\mathbb{R}$.
Donner, en utilisant une calculatrice, une valeur approchée de cette solution à 10^{-3} près.

Exercice 33

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3x + 4}{1 + x^2}$

1°) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
2°) Donner le tableau de variations de f pour $x \in [-5\,;\,5]$.
3°) Représenter graphiquement f pour $x \in [-5\,;\,5]$.
On se placera dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité 1cm.
4°) Donner, en le justifiant, le nombre de solutions, dans l'intervalle $[-5\,;\,5]$, de l'équation $f(x) = 2$.

Exercice 34

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{5 + x}{1 + x}$

Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.
1°) Déterminer la dérivée de f et étudier son signe.
2°) Donner le sens de variation de f.
3°) Démontrer que pour tout $x \in [0\,;\,+\infty[$ on a $f(x) > 1$.
Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?
4°) Résoudre l'inéquation $f(x) < 1{,}1$. Que peut-on en déduire pour $(\mathscr{C})$?
Résoudre l'inéquation $f(x) < 1{,}01$. Que peut-on en déduire pour $(\mathscr{C})$?
5°) Déterminer l'équation de la tangente T à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1.
6°) Tracer sur un même dessin, la courbe $(\mathscr{C})$, sa tangente T et la droite d'équation $y = 1$.

Exercice 35

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,1]$ par $f(x) = x^2 + \sqrt{x + 1}$
Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ a une solution unique α.
Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.