

## exercices sur les primitives

### exercice 1

Soit la fonction  $g$  définie sur  $]2; +\infty[$  par  $g(x) = \frac{2}{2x-6} + \frac{2}{(2x-6)^2}$

Déterminer une primitive de  $g$  sur  $]3; +\infty[$ .

### exercice 2

Montrer que la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $F(x) = x \ln(x) - x$  est une primitive de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $f(x) = \ln(x)$

### exercice 3

Soit la fonction  $H$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $H(x) = (ax + b).e^{-x}$

Déterminer les réels  $a$  et  $b$  pour que  $H$  soit une primitive de la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = x.e^{-x}$

## Solutions

exercice 1 La fonction  $g$  est de la forme  $g = \frac{u'}{u} + \frac{u'}{u^2}$ .

Pour déterminer les primitives des fonctions de la forme  $\frac{u'}{u^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  il faudra distinguer les cas distincts où  $n=1$  et où  $n > 1$ .

La fonction  $u : x \mapsto 2x-6$  étant strictement positive sur  $]3; +\infty[$ , les primitives de la fonction  $g$  sont les fonctions  $G$  de la forme :  $G = \ln(u) - \frac{1}{u} + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$

Par conséquent :  $G(x) = \ln(2x-6) - \frac{1}{2x-6} + C$

exercice 2

si  $F$  est une primitive de  $f$  alors  $F' = f$

Calculons donc la dérivée de  $F$  pour vérifier que c'est une primitive de  $f$ .

$$F(x) = x \cdot \ln(x) - x \quad \text{donc} \quad F = m + n \quad \text{avec} \quad m = u \cdot v$$
$$F' = m' + n' \quad \text{avec} \quad m' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$F'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1$$
$$= \ln(x) + 1 - 1 = \ln(x) = f(x) \quad : \text{ce qu'il fallait démontrer}$$

exercice 3

$H$  est une primitive de la fonction  $h \Leftrightarrow H' = h$

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  $H'(x) = h(x)$

$$\Leftrightarrow a \cdot e^{-x} - (ax+b) \cdot e^{-x} = x \cdot e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow (-ax-b+a) \cdot e^{-x} = x \cdot e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow -ax-b+a = x \quad \text{et pour tout } x \in \mathbb{R} : e^{-x} \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \text{par identification des coefficients : } \begin{cases} -a = 1 \\ -b+a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Par conséquent :  $H(x) = (-x-1) \cdot e^{-x}$