EXERCICE 1

Soient x et y deux nombres réels tels que $3{,}5 < x < 3{,}6$ et $-2{,}5 < y < -2{,}4$.

Encadrer les nombres suivants :

1) $3x + 2$;
2) $\dfrac{1}{3x+2}$;
3) $5 - 2x$;
4) $-y\,x$;
5) xy.
6) $\dfrac{x}{y}$.
7) $\dfrac{y}{x}$

EXERCICE 2

Soient x et y deux nombres réels tels que $-3{,}5 < x < -3{,}4$ et $2{,}5 < y < 2{,}6$.
Encadrer les nombres suivants.

x^2 ; y^2 ; $(x+y)^2$; $\sqrt{(1-x)}$; $\dfrac{4}{\sqrt{y-2}}$

EXERCICE 3

On donne ces quatre fonctions définies sur $\mathbb{R}$ *:*

$f(x) = 6x^2 + 13x + 6$

$g(x) = 5x^2 + 17x + 41.$

$h(x) = 15x^2 - 20x + 5$

$i(x) = -x^2 + 7x - 10$

1. Résoudre l'équation f(x)=0.
2. Résoudre l'inéquation i(x) < 0.
3. Résoudre l'équation g(x)=h(x).
4. Ecrire les fonctions f et g sous la forme canonique.
5. Prouver que pour tout x dans $\mathbb{R} : f(x) \geq \frac{-25}{4}$.
6. Comment déduire C_g de la parabole d'équation $y = x^2$?
7. Donner le sens de variations de la fonction i(Indiquer le sommet et le calcul).
8. Dresser le tableau de variations correspondant.
9. Factoriser, si possible, g(x).
10. Vérifier que 1 est une racine de g(x). Comment sans calculer le discriminant, factoriser g(x) ?

EXERCICE 4

1. Résoudre les inéquations suivantes :

   a. $-10x^2 + 11x - 1 > 0$ b. $18x^2 + 31x - 10 < 0$

   c. $3x^2 - 2x \leq -16$ d. $(x + 3)(x- 2) \geq 4$

2. Factoriser les polynômes suivants :

   $A(x) = 6x^2 +13x + 6$ $B(x) = 2x^2 + 13x + 11$

   $C(x) = 10x^2 -37x -36$ $D(x) = -x^2 + 7x - 10$

3. Déterminer le signe des polynômes suivants :

   $E(x) = x^2 - 2x-8$ $F(x) = -2x^2 + x - 4$

   $G(x) = - 2x^2 -x + 1$ $H(x) = -16x^2 + 8x - 1$

Solution (début):

1. a. $-10x^2 + 11x + 1 > 0$

On pose $P(x) = -10x^2 + 11x - 1$. $\Delta = 121 - 40 = 81$. Le polynôme P est du signe de a à l'exterieur des racines.

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11-9}{-20} = 1 \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11+9}{-20} = \frac{1}{10}$$

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{10}$		1		$-\infty$
P(x)		-	0	+	0	-	

$$S = \left]\frac{1}{10};1\right[$$

b. $18x^2 + 31x + 11 < 0$

$$S = \left]-\infty;\frac{-23}{18}\right[\cup \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$$

On pose $P(x) = 18x^2 + 31x + 11$. $\Delta = 31^2 - 4 \times 18 \times 11 = 169$. Le polynôme P est du signe de a à l'exterieur des racines.

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-31-13}{36} = \frac{-46}{36} = \frac{-23}{18} \text{ et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-31+13}{36} = \frac{-18}{36} = \frac{-1}{2}$$

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\frac{-23}{18}$		$\frac{-1}{2}$		$-\infty$
P(x)		-	0	+	0	-	

$$S = \left]-\infty;\frac{-23}{18}\right[\cup \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$$