

Composition de fonctions

Exemple 1 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 + 1$

Et soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x + 3$

Déterminer les fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$

Les fonctions f et g sont définies sur \mathbb{R} donc les fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$ également.

$$\begin{aligned}\text{Pour tout réel } x \in \mathbb{R} : (f \circ g)(x) &= f[g(x)] \\ &= f(2x + 3) \\ &= (2x + 3)^2 + 1 = 4x^2 + 12x + 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g[f(x)] \\ &= g(x^2 + 1) \\ &= 2(x^2 + 1) + 3 = 2x^2 + 5\end{aligned}$$

Exemple 2 :

Soit r la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par $r(x) = \sqrt{x}$

Et soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x + 3$

Déterminer la fonction $r \circ g$

La fonction r étant définie sur \mathbb{R}^+ , on commence par vérifier la condition qui permet de calculer l'image de $g(x)$ par r .

Il faut que $g(x) \geq 0$ c'est à dire que $2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}\text{Pour tout réel } x \in \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right[: (r \circ g)(x) &= r[g(x)] \\ &= r(2x + 3) \\ &= \sqrt{2x + 3}\end{aligned}$$