Chapitre G3 : Géométrie dans l'espace
Série 2 : Calculs de volumes

Le cours avec les aides animées

Q1. Donne les formules permettant de calculer le volume d'un cube, d'un pavé droit, d'un cylindre, d'une pyramide et d'une boule.

Q2. Donne la formule permettant de calculer la surface d'une sphère de rayon r.

Les exercices d'application

1 *Jeux de plage*

Georges a acheté un ballon gonflable en forme de sphère pour ses enfants. Le diamètre de ce ballon est de 30 cm.

a. Calcule le volume du ballon, arrondi au cm³.

Le diamètre de ce ballon mesure 30 cm donc le rayon du ballon est 15 cm.
Le volume d'une boule est donné par la formule $V_{boule} = \frac{4}{3}\pi\ r^3$

Ici $V_{boule} = \frac{4}{3}\pi\ 15^3$

soit $V_{boule} = 4500\pi$ cm³.

D'où $V_{boule} \approx 14137$ cm³ (arrondi à l'unité).

a. À chaque expiration, Georges souffle 500 cm³ d'air dans le ballon. Combien de fois devra-t-il souffler pour le gonfler au maximum ?

$\frac{4500\pi}{500} \approx 28{,}274$ donc Georges devra souffler 29 fois.

2 *Pétanque*

a. Une boule de pétanque a pour diamètre 72 mm. Calcule le volume de la boule de pétanque, arrondi à l'unité.

Le rayon de la boule est de 36 mm .
Le volume de la boule de pétanque est donné par la formule $V = \frac{4}{3}\pi\ r^3$.

Ici $V = \frac{4}{3}\pi\ 36^3$

soit $V = 62208\pi$ mm³.
D'où $V \approx 195432$ mm³ (arrondi à l'unité)

soit $V \approx 195{,}432$ cm³.

a. La masse volumique de l'alliage constituant la boule de pétanque est de 3,48 g/cm³.
Calcule la masse d'une boule de pétanque.

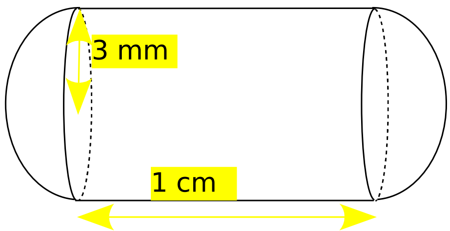
1 cm³ d'alliage pèse 3,48 g .

La boule de pétanque a un volume de 195,432 cm³ donc sa masse m, en grammes, est donnée par $m = 195{,}432 \times 3{,}48$.

$m \approx 680$ g (arrondie à l'unité).

3 *Médecine*

Une gélule a la forme d'un cylindre droit de longueur 1 cm avec une demi-sphère collée à chacune de ses bases de rayon 3 mm.



Le but de l'exercice est de calculer le volume de médicament que peut contenir une telle gélule.

a. Reporte sur la figure les longueurs de l'énoncé exprimées en millimètre.

b. Calcule le volume exact du cylindre.

$V_{cylindre} = \pi r^2 h$
soit $V_{cylindre} = \pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi$ mm³.

a. Calcule le volume exact des deux demi-sphères.

$V_{demi\text{-}sphère} = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\ r^3$.

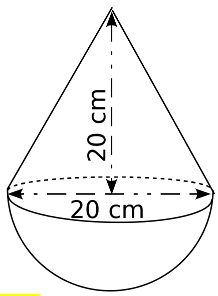
Ici $V_{demi\text{-}sphère} = \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\ \times 3^3$

soit $V_{demi\text{-}sphère} = 18\pi$ mm³.

b. Calcule le volume total de la gélule.

$V_{gélule} = 90\pi + 2 \times 18\pi$.
$V_{gélule} = 90\pi + 36\pi$
$V_{gélule} = 126\pi$ mm³
$V_{gélule} \approx 396$ mm³ (arrondi à l'unité).

4 *Culbuto*



Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.

a. Calcule son volume exact puis donne l'arrondi au cm³.

$V_{culbuto} = V_{cône} + V_{demi\text{-}boule}$

$V_{culbuto} = \frac{1}{3}\pi\ \times 10^2 \times 20 + \frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\pi\ \times 10^3$

$V_{culbuto} = \frac{2000\pi}{3} + \frac{2000\pi}{3}$

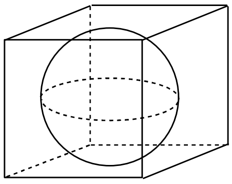
$V_{culbuto} = \frac{4000\pi}{3}$ cm³

$V_{culbuto} \approx 4189$ cm³.

b. La base sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

$\frac{V_{base}}{V_{culbuto}} = \frac{\frac{2000\pi}{3}}{\frac{4000\pi}{3}} = \frac{1}{2}$ donc le sable occupe la moitié du jouet.

5 *Débordement*



Une balle lestée de 5 cm de rayon est plongée dans un cube de côté 10 cm rempli d'eau.

a. Calcule le volume du cube.

$V_{cube} = 10^3 = 1000$ cm³.

Le cube a un volume de 1000 cm³.

b. Calcule le volume de la balle lestée.

$V_{balle} = \frac{4}{3}\pi\ 5^3$

$V_{balle} = \frac{500\pi}{3}$ cm³

$V_{balle} \approx 523{,}6$ cm³ (arrondi au dixième).

c. On plonge la balle dans l'eau qui déborde. Calcule le volume d'eau restant dans le cube.

$V_{eau} = V_{cube} - V_{balle}$
$V_{eau} \approx 1000 - 523{,}6$
$V_{eau} \approx 476{,}4$ cm³ (arrondi au dixième).

a. Détermine la hauteur de l'eau dans le cube lorsqu'on retire la balle.

L'eau occupe un pavé de base la base du cube

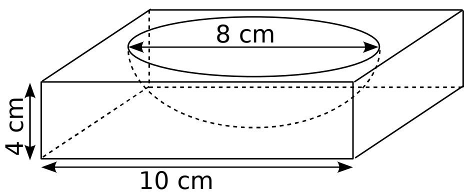
donc $V_{eau} = 10 \times 10 \times h = 100h$ cm³.

on a $100h = 476{,}4$ d'où $h = \frac{476{,}4}{100} \approx 4{,}8$ cm.

La hauteur d'eau est d'environ 4,8 cm.

6 *Pâtisserie*

Un moule à gâteau a la forme d'un pavé droit à base carrée dans lequel on a évidé une demi-boule.



a. Calcule le volume de plastique nécessaire pour fabriquer ce moule ; arrondis au centième de cm³.

$V_{moule} = V_{pavé} - V_{demi\text{-}boule}$

$V_{moule} = 10 \times 10 \times 4 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$

$V_{moule} = 400 - \frac{128\pi}{3}$ cm³

$V_{moule} \approx 266$ cm³

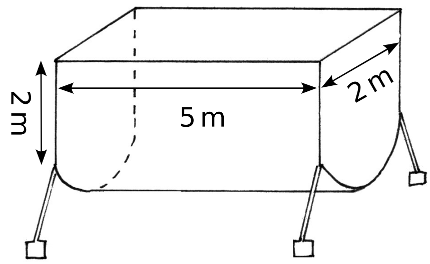
b. Catherine veut napper son gâteau de chocolat. Détermine la surface de gâteau à recouvrir, arrondie au centième de cm².

$\frac{1}{2} \times 4\pi \times 4^2 = 32\pi$ cm² $\approx 100{,}53$ cm².

La surface de gâteau à recouvrir est de 100,53 cm².

7 *Silo à engrais*

Monsieur Le Gume a entreposé sa réserve d'engrais dans un réservoir.



a. Décompose le silo en deux parties dont tu calculeras le volume exact.

- La partie supérieure a la forme d'un pavé droit.

Son volume V_1 est donné par la formule

$V_1 = L \times l \times h$.

Ici $V_1 = 5 \times 2 \times 2$

soit $V_1 = 20$ m³.

- La partie inférieure a la forme d'un demi-cylindre .

Son volume V_2 est donné par la formule

$V_2 = \frac{1}{2} \times \pi\ r^2 h$.

Le rayon mesure 1 m et la hauteur mesure 5 m .

Donc $V_2 = \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 \times 5$

soit $V_2 = 2{,}5\pi$ m³.

b. Calcule le volume du silo.

$V_{silo} = V_1 + V_2$

$V_{silo} = 20 + 2{,}5\pi$

$V_{silo} \approx 28$ m³(arrondi à l'unité).

c. M. Le Gume veut peindre son silo avec une peinture anti-corrosion. Détermine la surface à peindre. Arrondis à l'unité.

$2 \times (2 \times 5 + 2 \times 2) + \frac{2 \times \pi \times 1 \times 5}{2} = 28 + 5\pi \approx 44$ m².

La surface à peindre est de 44 m² arrondi à l'unité.