Exercices non corrigés sur les tangentes

A. Interprétation d'un graphique

Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x)=\frac{x^4}{4}+x^3+\frac{x^2}{2}+8$.

1. A l'aide de la calculette, construire la courbe représentative de *f*. En combien de points la courbe semble-t-elle avoir une tangente parallèle à l'axe des abscisses ?
2. Trouvez la valeur exacte des abscisses de ces points par le calcul.

B. Tangente en deux points

Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x)=-x^4+2\ x^2+x$ et *C* sa courbe représentative.

1. Déterminer une équation de la tangente T à *C* en –1 .
2. Sur la calculette, tracer *C* et T. T semble tangente à C en un deuxième point. Le démontrer.

C. Tangente à une hyperbole

Soit *H* l'hyperbole d'équation $y=\frac{1}{x}$.

1. Déterminer les coordonnées du point A de *H* d'abscisse $\frac{2}{3}$, puis une équation de la tangente T à *H* en ce point.
2. Déterminer les coordonnées des points B et C intersections de T avec les axes de coordonnées. Vérifier que A est le milieu de [BC].
3. Généralisation : reprendre les questions précédentes avec le point A d'abscisse *m*.
4. En déduire une méthode géométrique de la construction des tangentes à *H*.

D. Tangente à une parabole

Soit *P* la parabole d'équation $y=x^2$.

1. Soit *D* une droite d'équation $y=ax+b$. A quelle condition sur *a* et *b*, la droite D a-t-elle des points communs avec *P* ?
2. Dans le cas où *D* et *P* n'ont qu'un seul point commun, montrer que *D* est une tangente à *P*.
3. Dans le cas où *D* coupe *P* en deux points d'abscisses M_1 et M_2 d'abscisses x_1 et x_2, montrer que la tangente à P au point d'abscisse $\frac{x_1+x_2}{2}$ est parallèle à (M_1M_2).