

تصحيح تمارين الكهرباء
الدارة RC و RL و RLC
السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية

المكثفات

تمرين 1

1 - حساب التوترين U_1 و U_2

بما أن المكثفين مركبين على التوالي فإن التوتر بين مربطيهما هو : $U=U_1+U_2$

$$\text{ونعلم أن } U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \text{ و } U_2 = \frac{Q_2}{C_2} \text{ و } U = \frac{Q}{C}$$

أي أن $U = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$ وبما أن التيار المار في الدارة متوالية هو نفسه في جميع نقط الدارة .

$$U = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow Q = \frac{U}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)} \text{ أي أن } Q = Q_1 = Q_2$$

وبالتالي :

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q}{C_1}$$

$$U_1 = \frac{\frac{U}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}}{C_1} = \frac{U}{C_1 \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}$$

$$U_1 = \frac{C_2 \cdot U}{C_1 + C_2} = 200V$$

$$U_2 = \frac{C_1 \cdot U}{C_1 + C_2} = 100V$$

2 - من خلال السؤال السابق لدينا :

$$Q_1 = Q_2 = C_1 U_1 = 2 \cdot 10^{-4} C$$

تمرين 2

نشحن مكثفا سعته $C_1=2\mu F$ تحت توتر $U=100V$ ثم نربطه بقطبي مكثف آخر غير مشحون ، سعته $C_2=0,5\mu F$.

1 - عين الشحنة الابتدائية Q للمكثف الذي سعته C_1 .

2 - احسب التوتر بين مربطي كل من المكثفين بعد ربطهما .

$$\text{أجوبة: } 1: Q=2 \cdot 10^{-4} C \quad 2: U_1=U_2=80V$$

تمرين 3

من خلال المعطيات أننا نريد الحصول على مكثف مكافئ سعته أكبر بالنسبة لكل مكثف أي يجب أن نركب المكثفات على التوازي .

بما أن لها نفس السعة :

$$C = \sum_{i=1}^n C_i = n.C_1 \Rightarrow n = \frac{C}{C_1}$$

$$n = 50$$

2 - شحنة هذا التجميع :

$$Q = C.U = 0,20C$$

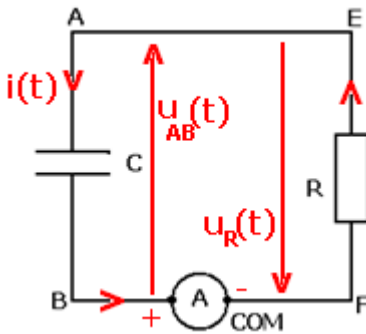
- شحنة كل مكثف هي :

$$Q_1 = C_1.U = 4.10^{-3}C$$

الدائرة RC

تمرين 1

1 - توجيه الدائرة وتحديد منحى التيار الكهربائي المار في الدائرة :
نعلم أن طريقة طريقة تركيب الأوميمتر المربط المشترك Com (يعتبر كقطب سالب) هي أن التيار يخرج من القطب السالب ويدخل من القطب الموجب بالنسبة للمكثف فهو يدخل من اللبوس A أي يوافق المنحى الاصطلاحي .



شحنة اللبوس A هي q بحيث أن q دالة تزايدية إذن $i = \frac{dq}{dt} > 0$

2 - الاصطلاح المستعمل هو : اصطلاح مستقبل بالنسبة للمكثف وبالنسبة للموصل الأومي .

تعبير التوتر بين مربطيهما هو :

$$u_{AB} = \frac{q_A}{C} = -u_R = -Ri(t)$$

$$u_{AB} = -R.i(t)$$

4 - نطبق قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB} = -u_R \Rightarrow u_{AB} + u_R = 0$$

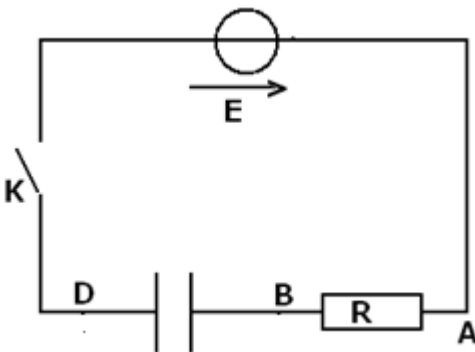
$$u_{AB} + Ri(t) = 0 \quad (1)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$(1) \Leftrightarrow u_{AB} + RC \frac{du_{AB}}{dt} = 0$$

تمرين 2 شحن مكثف

نشحن مكثفا سعته $C=10\mu F$ من خلال التركيب التالي :
تغذية المولد مستقرة ، يزود الدارة بتوتر $E=12,0V$. مقاومة الموصل الأومي $R=10k\Omega$.
عند اللحظة $t=0$ المكثف غير مشحون ونغلق قاطع التيار K .



1 - لتكن $q_B=q$ شحنة اللبوس B للمكثف . نضع $i = \frac{dq}{dt}$ ، وجه

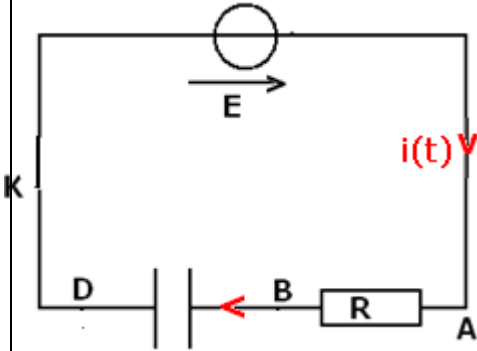
على الدارة التيار $i(t)$.

2 - نضع $u_{BD}=u$ ، أكتب تعبير u_{AB} بدلالة u و عناصر الدارة .

$$u_{BD} = u$$

$$u = u_{BD} = \frac{q_B}{C}$$

ولدينا كذلك :



$$i(t) = \frac{dq}{dt}, u_{AB} = Ri(t)$$

$$u_{AB} = R \cdot \frac{dq}{dt} = RC \frac{du}{dt}$$

نطبق قانون إضافة التوتارات بين A و D :

$$u_{AD} = u_{AB} + u_{BD}$$

$$E = RC \cdot \frac{du}{dt} + u$$

3 - أكتب المعادلة التفاضلية التي تحقق $u(t)$.
المعادلة التفاضلية التي تحقق $u(t)$ هي :

$$E = RC \cdot \frac{du}{dt} + u$$

4 - حل المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

4 - 1 حدد التعابير الحرفية ل A و τ وأحسب قيمها .

نعوض في المعادلة التفاضلية الحل $u(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$E = RCA \cdot \left(0 + \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}\right) + A(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0 \Rightarrow RC = \tau$$

$$A = E$$

$$u(t) = 10(1 - \exp(-t/0,1))$$

A قيمة القوة الكهرومحرركة للمولد و ثابتة الزمن τ تساوي RC

$$\tau = RC$$

تطبيق عددي :

$$\tau = RC = 0,1s \text{ و } A = 10V$$

4 - 2 عبر عن تيار الشحن $i(t)$

تعبير تيار الشحن $i(t)$:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i(t) = C \frac{du}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{\tau} \exp(-t/\tau)$$

$$u = 10(1 - \exp(-t/0,1)) \Rightarrow i(t) = 10^2 \exp(-t/0,1)$$

5 - عبر حرفيا ، عند اللحظة $t=0$ ، ثم أحسب قيم :

$$\frac{di}{dt} \text{ و } \frac{du}{dt} \text{ ، } i \text{ ، } u$$

عند $t=0$ لدينا :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} = 10^2 \text{ V/s}$$

$$i(0) = \frac{E}{\tau} = 10^2 \text{ V/s}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E}{\tau^2} \exp(-t/\tau) \Rightarrow \left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{E}{\tau^2}$$

$$u(0) = 0$$

6 - 1 حدد عند $t_{1/2}$ اللحظة التي يصل فيها التوتر $u(t)$ إلى القيمة $\frac{E}{2}$. ثم قارنها مع ثابتة الزمن τ .

$$u(t_{1/2}) = E(1 - \exp(-t_{1/2}/\tau))$$

عند $t_{1/2}$ تكون

$$u(t_{1/2}) = \frac{E}{2} = E \exp(-t_{1/2}/\tau)$$

$$\ln 2 = \frac{t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$$

6 - 2 في أية لحظة تكون عندنا $\frac{E}{4}$ ثم $\frac{E}{8}$ ؟

بنفس الطريقة نحصل بالنسبة ل $\frac{E}{4}$ على :

$$t' = 2\tau \ln 2$$

بالنسبة ل $\frac{E}{8}$

$$t' = 3\tau \ln 2$$

تمرين 3

1 - المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن :
عند غلق قاطع التيار ، K ، حسب قانون لإضافية التوترات لدينا :

$$E = u_R(t) + u(t) \Rightarrow E = Ri(t) + \frac{q}{C}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow E = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$EC = RC \frac{dq}{dt} + q$$

2 - حل المعادلة التفاضلية هو $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

2 - 1 شحنة المكثف $q(\infty)$

$$q(t) = A \exp(-t/\tau) + B$$

$$q(\infty) = B$$

في النظام الدائم شحنة المكثف $q(\infty) = C \cdot u(\infty)$.

عندما $t \rightarrow \infty$ فإن $u(t)$ تؤول إلى E أي أن $q(\infty) = C \cdot E$ ، وبالتالي فإن $B = CE$

2 - 2 الشروط البدئية :

عند اللحظة $t=0$ لدينا $q(0) = 0$ أي أن $A = -CE$ $q(0) = A + CE = 0 \Rightarrow A = -CE$

وبالتالي فتعبير $q(t)$ هو على الشكل التالي :

$$q(t) = C.E(1 - \exp(-t/\tau))$$

تمرين 4 الطاقة في المكثف

1 - عند اللحظة $t=0$ لدينا :

$$q(0) = C.u(0) = 0 \Rightarrow u(0) = 0 \text{ أي أن } q(0) = 0$$

بما أنه لدينا مولد مؤمّن للتيار فهو يزود الدارة بتيار مستمر ثابت $I_0 = 0,2\text{mA}$ فإن

$$u_R(0) = R.i(0) = R.I_0 = 0,2\text{V}$$

$$u_G(0) = u_C(0) + u_R(0)$$

حسب قانون إضافية التوترات فإن

$$t = 0, u_C(0) = 0 \Rightarrow u_G(0) = u_R(0) = 0,2\text{V}$$

2 - نوقف الشحن عند اللحظة $t=10\text{s}$

2 - 1 حساب الشحنة $q(t_1)$ للمكثف :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = I_0 dt$$

$$\int_0^{q_1} dq = I_0 \int_0^{t_1} dt \Rightarrow q_1 = I_0 \cdot t_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{C}$$

2 - 2 التوتر $u_C(t)$

$$q_1 = C.u_C(t) \Rightarrow u_C(t) = \frac{q_1}{C} = 5\text{V}$$

2 - 3 الطاقة $\xi_e(t)$ المخزونة في المكثف :

$$\xi_e(t_1) = \frac{1}{2} C.u_C(t_1)^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{J}$$

3 - 1 الطاقة المبذولة بمفعول جول في الموصل الأومي :

$$E' = RI_0^2 \Delta t = 4 \cdot 10^{-4} \text{J}$$

3 - 2 مردود المولد r :

$$r = \frac{\xi_e(t_1)}{\xi_e(t_1) + E'} = 93\%$$

أن شحن المكثف يتم بشكل جيد لأن ضياع الطاقة بفعل جول ضعيف لا يمثل سوى 7%

4 - في حالة ما تم استمرار في شحن المكثف دون توقف سيتلف هذا الأخير .

تمرين 6

1 - تعبير q_D بدلالة I و t :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = I dt$$

$$\int_0^{q_D} dq = I \int_0^t dt \Rightarrow q_D = I \cdot t$$

2 - حساب q_D إذا كانت مدة الشحن 20 ثانية :

لدينا شدة التيار المار في الدارة هو :

$$I_0 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q_D = I_0 \Delta t = 4.10^{-5} \text{ C}$$

3 - حساب التوتر U_{DF} :

$$q_D = C \cdot u_{DF} \Rightarrow u_{DF} = \frac{q_D}{C} = \frac{I_0 \cdot \Delta t}{C} = 1,82 \text{ V}$$

4 - المدة الزمنية اللازمة لشحن المكثف كليا هي :

$$q_D = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{q_D}{I_0} = \frac{C \cdot u_{DFmax}}{I_0} = 692 \text{ s}$$

تمارين توليفية حول RC

1 - استعمال كاميرا رقمية لتتبع تطور إشارة الفولطمتر لأنه لا يمكن تتبع إشارة الفولطمتر بواسطة العين المجردة أي أن الإبرة لا تستقر على قيمة معينة .

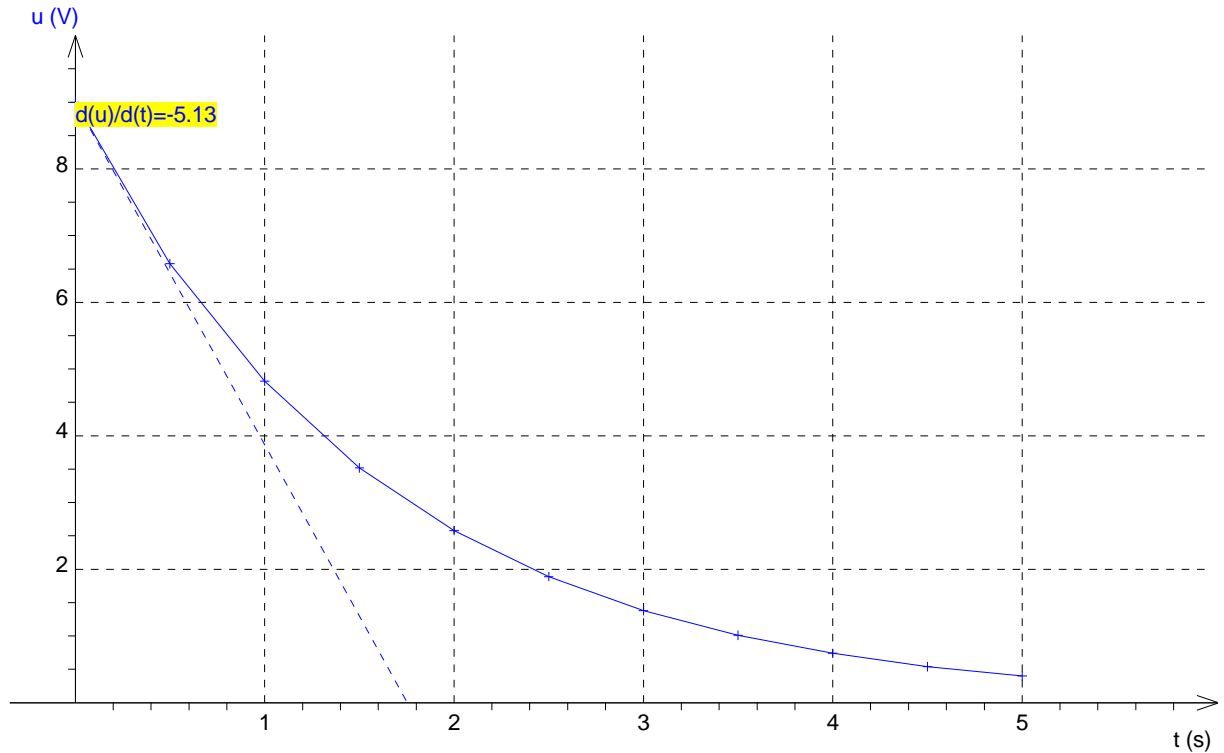
2 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :
عند غلق قاطع التيار وحسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_V = 0 \Rightarrow u_C + R_V \cdot i(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + R_V \cdot C \frac{du_C}{dt} = 0$$

3 - التمثيل البياني للتوتر u بدلالة الزمن t :



من خلال المنحنى يتبين أن $\tau = 1,8 \text{ s}$

نستنتج R_V :

$$\tau = R_V \cdot C \Rightarrow R_V = \frac{\tau}{C} = 225 \text{ k}\Omega$$

II - 1 العلاقة بين الشدة $i(t)$ والتوتر u بين مربطي المكثف :

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt}$$

2 - العلاقة بين شدة التيار الكهربائي $i_1(t)$ المار في الفولطمتر و التوتر u بين مرابطيه :

$$u = R_V \cdot i_1(t) \Rightarrow i_1(t) = \frac{u}{R_V}$$

حسب قانون أوم لدينا : R_V

3 - نطبق قانون العقد لدينا :

$$I = i(t) + i_1(t) \Rightarrow I = C \cdot \frac{du}{dt} + \frac{u}{R_V}$$

$$u + R_V \cdot C \frac{du}{dt} = R_V \cdot I$$

4 - نضع $E = R_V \cdot I$ و $\tau = R_V \cdot C$ تصبح المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$u + \tau \frac{du}{dt} = E$$

ونعلم أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي : $u = E(1 - \exp(-t/\tau))$

مما يبين أن الشحن تم كأنه بواسطة مولد قوته الكهرومحرقة E بحيث أن $E = R_V \cdot I$.

5 - التأكد من هذه النتيجة ، نقوم بحساب $E = R_V \cdot I = 14,625V$

وهذا لا يتوافق مع التمثيل المبياني ، من الممكن أن يكون الشكل غير صحيح .

ثنائي القطب RL

تمرين 1

1 - التوترات المعاينة على شاشة راسم التذبذب :

$u_L(t)$ و $u_R(t)$

2 - تعبير التوتر $u_{DF}(t)$ بدلالة L و $i(t)$:

$$u_{DF}(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

نستنتج تعبير $u_{DF}(t)$ بدلالة الزمن في المجال $[0ms, 6ms]$:

حسب الشكل وفي المجال $[0ms, 6ms]$ $i(t)$ لها معادلتين :

في المجال $[0ms, 4ms]$ لدينا $i_1(t) = a_1 t$ بحيث أن a_1 المعامل

الموجه للجزء من المستقيم المار من أصل النظمة :

$$i_1(t) = 175t \text{ فإن وبالتالي } a_1 = \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{0,7}{4 \cdot 10^{-3}} = 175A/s$$

$$u_{DF}(t) = 100 \cdot 10^{-3} \cdot 175 = 17,5V \text{ في المدخل } Y_A \text{ و}$$

$$u_R(t) = 1750t$$

في المجال $[4ms, 6ms]$ لدينا $i_2(t) = a_2 t + b$

$$a_2 = \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{0,7}{2 \cdot 10^{-3}} = -350A/s$$

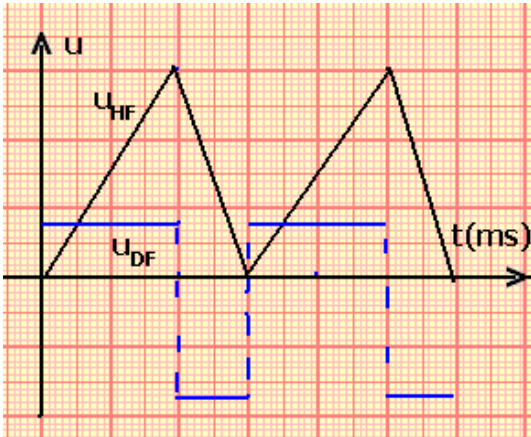
$$i_2(t) = -350t + b \Rightarrow 0 = -350 \times 6 \cdot 10^{-3} + b$$

$$b = 2,10A$$

$$i_2(t) = -350t + 2,10 \text{ أي أن } u_{DF}(t) = -100 \cdot 10^{-3} \cdot 350 = -35V \text{ في المدخل } Y_A \text{ و}$$

$$u_2(t) = -3500t + 21,0$$

تمرين 2



1 - قيمة التوتر u_L بين مربطي الوشيعة عندما يمر بها تيار كهربائي شدته $i=1,20A$:

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = r.i = 10,2V \quad u_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

بما أن شدة التيار ثابتة

2 - أ قيمة التوتر بين مربطي الوشيعة عند اللحظة $t=0$:
 نحسب التوتر بين مربطي الوشيعة في اللحظة t :

$$u_L = ri + L \frac{di}{dt} = 8,5(1,50 - 200t) + 42,2 \cdot 10^{-3} (-200)$$

$$u_L = 12,75 - 1700t - 8,440 = 4,31 - 1700t$$

$$t = 0 \Rightarrow u_L = 4,31V$$

ب - اللحظة التي ينعدم فيها التوتر u_L :

$$u_L = 4,31 - 1700t$$

$$u_L = 0 \Rightarrow t = 2,5ms$$

تمرين 3

1 - حساب شدة التيار المار بالوشيعة في النظام الدائم :

النظام الدائم هو عندما تصبح شدة التيار ثابتة أي أن $\frac{di}{dt} = 0$

$$E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = 60mA \quad \text{وبالتالي فإن} \quad E = R.i + L \frac{di}{dt} = Ri$$

2 - في حالة عدم إهمال مقاومة الوشيعة :

2 - 1 الطاقة المخزنة في الوشيعة في النظام الدائم :

$$E = (R + r)i \Rightarrow i = \frac{E}{R + r} \quad \text{في هذه الحالة ستكون شدة التيار في النظام الدائم هي}$$

الطاقة المخزنة في الوشيعة هي :

$$\xi_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R + r} \right)^2 = 1,4 \cdot 10^{-4} J$$

2 - 2 لماذا يتألق الصمام :

عند فتح الدارة فالوشيعة تزود الدارة عبر الصمام بالطاقة المغنطيسية المخزنة في الوشيعة . بما أن الصمام مركب في المنحى المباشر وهو منحى التيار الكهربائي وبالتالي سيتألق هذا الأخير .

أشكال الطاقة التي ستتحول إليها الطاقة المغنطيسية :

- طاقة حرارية بمفعول جول في كل من الموصل الأومي والوشيعة .

- طاقة ضوئية في الصمام .

تمرين 4

1 - تعبير الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة t :

$$\xi_m = \frac{1}{2} Li^2$$

2 - ξ_m بدلالة E و r و r' و L :

$$\xi_m = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{r + r'} \right)^2 \exp(-2t / \tau)$$

3 - حساب ξ_m عند اللحظات :

$$t = \frac{\tau}{2}$$

$$\xi_m\left(\frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e}\right) = 1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e}\right)$$

$$\xi_m(\tau) = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^2}\right) = 1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^2}\right)$$

$$\xi_m(5\tau) = \frac{1}{2}L\left(\frac{E}{r+r'}\right)^2\left(\frac{1}{e^{10}}\right) = 1,8.10^{-4}\left(\frac{1}{e^{10}}\right) \rightarrow 0$$

تمرين 5

1 - اسم الجهاز الذي يمكننا من قياس مقاومة الموصل الأومي هو الأوممتر .

2 - التعبير عن التوتر $u_{AM}(t) = -u_1(t) = -R.i(t)$:

$$u_{BM}(t) = u_2(t) = ri + L\frac{di}{dt} \quad \text{التعبير عن } u_{BM}$$

$$u_s(t) = u_1(t) + u_2(t) = (r-R).i(t) + L\frac{di}{dt} \quad \text{التعبير على } u_s$$

3 - عند ضبط المقاومة $R=r$ لدينا حسب التعبير السابق : $u_s(t) = L\frac{di}{dt}$

ولدينا التوتر بين مربطي الموصل الأومي R هو : $u_R = -Ri \Rightarrow i = -\frac{1}{R}u_R$

$$u_s(t) = -\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt}$$

وبالتالي فإن

4 - حسب الشكل وفي المجال $[0\text{ms}, 15\text{ms}]$ لدينا :

$$u_R(t) = at + b \Rightarrow u_R(t) = -9,33t + b$$

$$\frac{du_R}{dt} = -9,33\text{V}$$

لدينا كذلك : $u_s(t) = 1\text{V}$

$$u_s(t) = -\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} \Rightarrow L = \frac{R \times u_s}{\frac{du_R}{dt}} = \frac{8 \times 1}{9,33} = 0,86\text{H}$$

تمارين توليفية حول RL

تمرين 1 مولد لتوترات مربعة .

1 - في المجال $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$ ، لدينا $e(t) = E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت وهي رتبة صاعدة

للتوتر $t > 0$ وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة شحن المكثف .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t \geq 5\tau$ أي أن $T \geq 10\tau = 10.RC$ وبالتالي $5\tau \leq \frac{T}{2}$

فالقيمة الدنيا التقريبية للدور T هي : $T_{\min} = 10.RC \approx 10\text{s}$

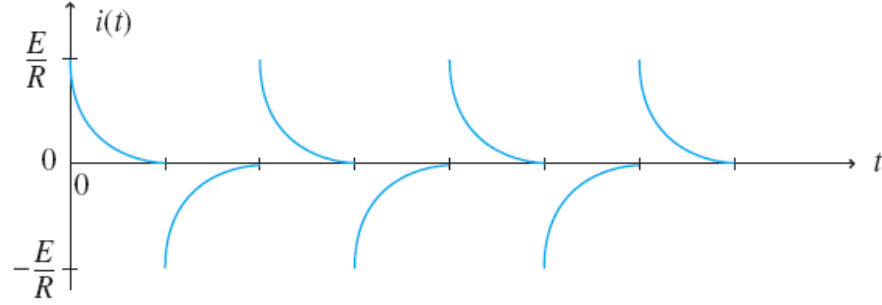
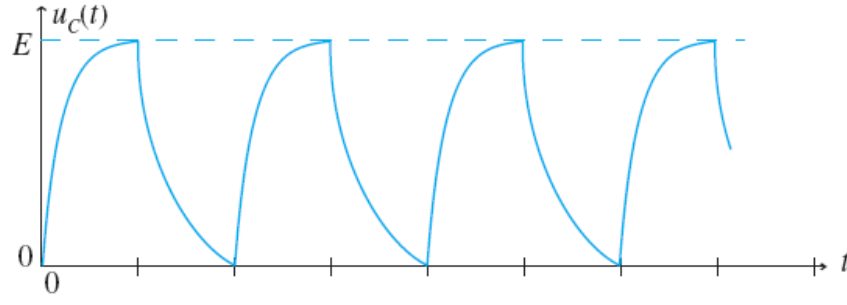
2 - في المجال $t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$ ، لدينا $e(t) = 0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر

$t > 0$ وبالتالي سيكون هناك في هذه الحالة تفريغ المكثف .

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t \geq 5\tau$ أي أن $T \geq 5\tau = 5.RC$ وبالتالي فالقيمة

الدنيا التقريبية للدور T هي : $T_{\min} = 5.RC \approx 5\text{s}$

3 - التمثيل النيابي :



- II

1 - في المجال $t \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$ ، لدينا $e(t) = E$ أي أن المولد يتصرف كمولد للتوتر ثابت للتوتر $t > 0$ وتعتبر إقامة التيار في الوشيجة والموصل الأومي.

للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t \geq 5\tau$ أي أن $T \geq 10\tau = 10 \cdot \frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة

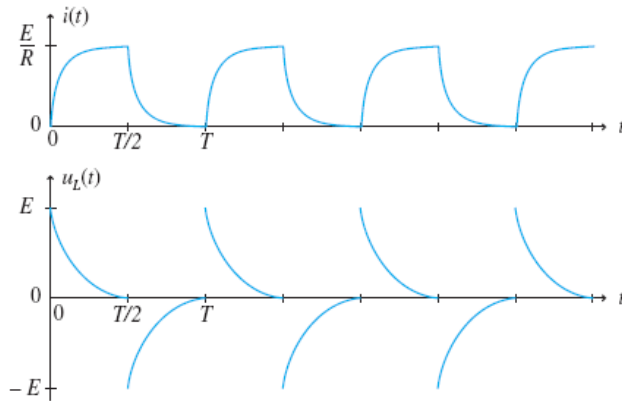
$$T_{\min} = 10 \cdot \frac{L}{R} \approx 0,05s \text{ هي : } T$$

2 - في المجال $t \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$ ، لدينا $e(t) = 0$ أي أن المولد يتصرف كقاطع التيار وهي رتبة نازلة للتوتر $t > 0$ وبالتالي سيكون هناك انعدام التيار في الدارة RL .

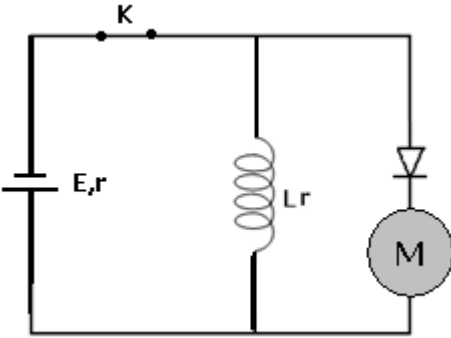
للحصول على النظام الدائم يجب أن تكون $t \geq 5\tau$ أي أن $T \geq 5\tau = 5 \cdot \frac{L}{R}$ وبالتالي فالقيمة

الدنوية التقريبية للدور T هي :

$$T_{\min} = 5 \cdot \frac{L}{R} \approx 0,025s$$



تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة



1 -
أ - عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب - الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .
ج - الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2} LI^2 = 0,5 \cdot 10^{-2} J$$

2 - إذا اعتبرنا أن الطاقة المخزونة في الوشيعة ، عند فتح قاطع التيار ستتحول إلى طاقة ميكانيكية :

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0 (v_i = v_f = 0)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 - هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343 \cdot 10^{-2} J$

مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343 \cdot 10^{-2}}{0,5 \cdot 10^{-2}} = 67\%$$

التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

تمرين 1

1 - الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$:
أنظر الشكل جانبه

2 - نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 - تحديد شبه الدور من الشكل :

$$T = 4ms$$

4 - تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :

لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات T_0

$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

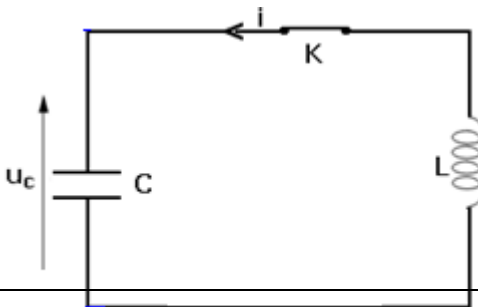
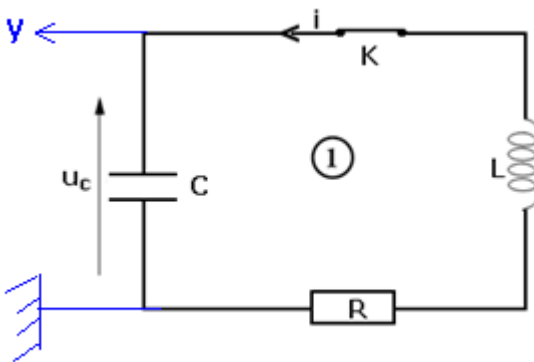
$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

تمرين 2

1 - تبيانة التركيب التجريبي :

أنظر الشكل

2 - تعبير $i(t)$:



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T} Q_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

3 - الطاقة الكلية للدائرة في اللحظة t بطريقتين :
الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدائرة في كل لحظة هي مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغناطيسية في الوشيجة أي أن :

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$$

الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدائرة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

تمرين 3

1 - التمثيل على التبيانة لكل من u_C و u_L :

2 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_L = L \frac{di}{dt}, i = \frac{dq}{dt}, q = u_C \cdot C$$

$$u_L = LC \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2q}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} u_C = 0$$

$$3 - \text{حل المعادلة التفاضلية هو } u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

تحديد U_m و T_0 :

تحديد U_m :

عند اللحظة $t=0$ المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(0) = U_0 = U_m \cos 0$

وبالتالي فإن $U_m = U_0$

تحديد الدور الخاص T_0 :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

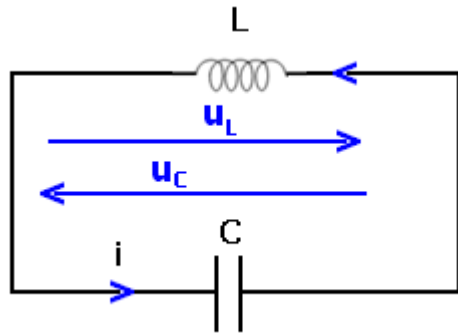
$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} u_C = 0$$

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) + \frac{1}{L \cdot C} U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = 0$$

$$\left(\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right) U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L \cdot C} = 0,34 \text{ms}$$



تمرين 4

- 1 - نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .
 2 - تفسير خمود الذبذبات :
 يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشية والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .
 3 - المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف :
 حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow r i(t) + L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$rC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

- 4 - تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : $T = 1 \text{ms}$.
 5 - نعتبر المقاومة r للوشية منعدمة :
 5 - 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

- 5 - 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_C(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$
 تعبير U_m :

$$u_C(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{E}{U_m} \text{ : عند اللحظة } t=0 \text{ لدينا}$$

في اللحظة $t=0$ تكون شدة التيار في الوشية منعدمة :

$$u_C(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C \cdot \omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C \cdot \omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \pi$$

$$\cos \varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$\cos \varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E \text{ وبالتالي ستكون}$$

تحديد ω

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدائرة المثالية LC : $T_0 = T = 1 \text{ms}$
 وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6 \cos(2.10^3 \pi t)$$

5 - 3 تعبير $q(t)$:

نعلم أن

$$q(t) = C \cdot u_c(t) = 1,5 \cdot 10^{-6} \cos(2000\pi t)$$

تعبير $i(t)$:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -3\pi \cdot 10^{-3} \sin(2000\pi t)$$

5 - 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

6 - حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشية علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص T_0 :

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 L \cdot C$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C} = 0,1 \text{ H}$$

7 - قيمة المقاومة R_0 للحصول على ذبذبات جيبيية :

$$u_g = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2i}{dt^2} \Rightarrow R_0 i = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r - R_0) i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

للحصول على ذبذبات جيبيية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r - R_0) i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2i}{dt^2} = 0 \Rightarrow R_0 = r \Rightarrow L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

تمرين 5

1 - في حالة مقاومة الوشية مهملة :

1 - 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$:

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$$

1 - 2 تعبير الطاقة الكلية ξ_t :

$$\xi_t = \frac{1}{2} Li(t)^2 + \frac{1}{2} Cu_c(t)^2$$

$$u_c(t) = E \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} = -C \frac{2\pi E}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} LC^2 \frac{4\pi^2 E^2}{T^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2} CE^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow LC = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} CE^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2} CE^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} CE^2 \left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} CE^2$$

2 - في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 - 1 المعادلة التي يحققها التوتر u_c :

$$u_L + u_c = 0 \Rightarrow ri(t) + L \frac{di}{dt} + u_c = 0$$

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt}, \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u_c}{dt^2}$$

$$rC \frac{du_c}{dt} + LC \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$

2 - باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2} Li(t)^2 + \frac{1}{2} Cu_c(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t) \frac{di}{dt} + Cu_c \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_c \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2 \frac{du_c}{dt} \left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c \right)$$

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} u_c = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = -\frac{r}{L} \frac{du_c}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L} LC^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 = -ri^2$$

تمرين 6

1 - المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$$u_{AM} = \frac{q}{C} \text{ وبين مربطي الوشيعة لدينا } u_{AM} = -L \frac{di}{dt}$$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

2 - المعادلة الزمنية $q(t)$:

لدينا $t=0$ اللحظة في $q(t) = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

إذن $\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ يعني $q(t) = Q_0 = CU_0 = 1,2 \cdot 10^{-6} C$

$$q(t) = 1,2 \cdot 10^{-6} \cos(3162t)$$

3 - حساب الدور الخاص $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0 = 2ms$$

تمثيل التوتر u_{AM} . نعلم أن $u_{AM} = \frac{q}{C} = 12 \cos(3162t)$

4 - اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

$$u_{MN} = \varepsilon - R_0 i_2 = -R_0 i_2$$

من جهة أخرى $u_{NS} = u_{NB} + u_{BS}$ أي أن

$$-R_0 i_1 = 0 - R_0 i_2$$

وبالتالي $i_1 = i_2 = i$

أي أن $u_{MN} = -R_0 i$

القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوترات بين M و N :

$$u_{MN} = u_L + u_C = -L \frac{di}{dt} - ri - \frac{q}{C}$$

$$-R_0 i = -L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} - ri$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + (r - R_0) i = 0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r - R_0 = 0 \Rightarrow R_0 = r = 350 \Omega$

