

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{2x-3}{2-x}$ et C_f sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier les variations de f . Préciser les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
-

Exercice 3

Soit la fonction f , définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, +1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ et C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire.

Soit g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

1. Etudier les variations de la fonction g .
2. Montrer qu'il existe un réel α unique tel que $g(\alpha) = 0$. Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.
3. Etudier le signe de g sur \mathbb{R} .

Partie B : Etude de la fonction f .

1. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.

2. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1, +1\}$, $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$. En déduire le tableau de variation de f .

3. Trouver les nombres a, b, c et d tels que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1, +1\}$, $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - 1}$.

Soit D la droite d'équation $y = x + 2$. Etudier la position de C par rapport à D .

4. Tracer la droite D ainsi que la courbe C .

Exercice 2 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$.

1. a. Calculer $f'(x)$, déterminer son signe et étudier les variations de f sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
b. Préciser les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Quelles conclusions graphiques en tirez-vous ?
c. Dresser le tableau de variation de f .

Exercice 2 - 9.5 points

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{-2x^2 + 7x + 2}{3 - x}$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1. Donner l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de la fonction f .
2. Déterminer les réels a , b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{3-x}$ pour $x \in \mathcal{D}_f$.
3. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition et en déduire les équations d'asymptotes éventuelles à \mathcal{C}_f .
4. A partir de cette question, on peut admettre que $f(x) = 2x - 1 + \frac{5}{3-x}$ pour $x \in \mathcal{D}_f$.
Montrer que la droite d d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à \mathcal{C}_f en $+\infty$ et en $-\infty$.
5. Préciser la position de \mathcal{C}_f par rapport à d .
6. Calculer la dérivée de f et déterminer le tableau de variations de la fonction f .
7. (a) Déterminer les coordonnées du ou des points d'intersection de \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses.
(b) Déterminer les coordonnées du ou des points d'intersection de \mathcal{C}_f avec l'axe des ordonnées.
8. (a) Déterminer le coefficient directeur de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
(b) Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
9. Tracer \mathcal{C}_f dans le repère donné en annexe. On y reportera les points trouvés aux questions précédentes ainsi que les asymptotes.